

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CIUDAD JUÁREZ**  
**INSTITUTO DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL Y DE MANUFACTURA**



**Análisis estocástico para la caracterización de fuerza contra  
electromotriz en motor eléctrico de control de frenado**

Proyecto que presenta:

**JESÚS ADRIÁN HERNÁNDEZ FRANCO**

Como requisito parcial para obtener el grado de:

**MAESTRÍA EN TECNOLOGÍA**

**Asesor**

**Dr. Luis Alberto Rodríguez Picón**

**Co-asesor**

**Dr. Iván Juan Carlos Pérez Olguín**

Ciudad Juárez, Chih.

29 noviembre 2019

## **DEDICATORIA**

*La presente tesis se la dedico a Dios, a mi esposa Angélica Nayely Barragán Chávez, a mis padres Rosa Elena Franco Borrego y Jesús Antonio Hernández Vega y a mi hermana Alejandra Hernandez.*

## AGRADECIMIENTOS

*Agradezco a Dios por darme la vida, la fortaleza para continuar en las adversidades y su sabiduría para culminar mis estudios de posgrado.*

*A mí querida esposa Angélica Nayely Barragán Chávez por siempre brindarme su amor, cariño y apoyo incondicional en cada paso de este trayecto.*

*A mis padres Rosa Elena Franco Borrego y Jesús Antonio Hernández Vega por haber creído siempre en mí, todo lo que soy hoy es gracias a ellos.*

*A mi hermana Alejandra Hernández por siempre darme ejemplo de cariño y perseverancia en las adversidades de la vida.*

*A mis amigos Isaac Sidas y Bryan Barraza por siempre ser compañeros de vida y por brindarme su amistad y soporte.*

*A mis profesores de la maestría en Tecnología especialmente a la Dra. Vianey Torres-Argüelles y al Dr. Luis Alberto Rodríguez Picón que con su esfuerzo me ha ayudado a llegar al punto donde me encuentro.*

*El Señor es mi fuerza y mi escudo, mi corazón confiaba en él, y me socorrió; por eso mi corazón se alegra y le canto agradecido. Salmo 28,7*

## Índice

|  |     |
|--|-----|
| Dedicatoria .....  | i   |
| Agradecimientos .....  | ii  |
| Índice de figuras .....  | v   |
| Índice de tablas .....   | vii |
| CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN .....   | 1   |
| 1.1 Antecedentes .....   | 4   |
| 1.2 Planteamiento del problema .....                                     | 10  |
| 1.3 Objetivos .....  | 12  |
| 1.3.1 Objetivo General .....   | 12  |
| 1.3.2 Objetivos Específicos .....  | 13  |
| 1.4 Hipótesis .....  | 13  |
| 1.5 Justificación .....  | 14  |
| 1.6 Alcances y delimitación .....  | 15  |
| CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO .....   | 17  |
| 2.1 Motores eléctricos sin escobillas .....                              | 17  |
| 2.1.1 Iman permanente de tierras raras .....                             | 20  |
| 2.2 Control de frenos integrado .....                                    | 22  |
| 2.2.1 Motor eléctrico sin escobillas de control de freno integrado ..... | 24  |
| 2.3 Degradación .....  | 25  |
| 2.3.1 Modelos de degradación .....                                       | 27  |
| 2.3.2 Procesos estocásticos .....  | 31  |
| 2.3.3 Proceso Wiener .....   | 34  |
| 2.4 Pruebas de degradación acelerada con estrés escalonado .....         | 38  |
| 2.5 Relación vida estrés de Arrhenius .....                              | 41  |
| 2.6 Método de máxima verosimilitud .....                                 | 44  |
| 2.7 Método de Newton-Raphson .....                                       | 48  |
| CAPÍTULO III. METODOLOGÍA .....  | 52  |
| 3.1 Materiales .....   | 52  |
| 3.2 Método .....   | 55  |
| CAPÍTULO IV. RESULTADOS .....  | 59  |
| 4.1 Análisis de ingeniería y diseño de prueba de degradación .....       | 59  |
| 4.2 Obtención de especímenes .....                                       | 60  |
| 4.3 Verificación de equipos y herramientas para prueba .....             | 61  |

|   |    |
|---|----|
| 4.4 Ejecución de prueba.....  | 62 |
| 4.5 Obtención de datos .....  | 64 |
| 4.6 Relación de datos de degradación con proceso Wiener .....       | 69 |
| 4.7 Relación vida- esfuerzo .....                                   | 70 |
| 4.8 Estimación de parámetros.....                                   | 71 |
| 4.8.1 Estimación de parámetros en R.....                            | 73 |
| 4.9 Distribuciones de primer paso y análisis de confiabilidad ..... | 77 |
| CAPÍTULO V. CONCLUSIONES.....                                       | 87 |
| 5.1 Principales aportaciones .....                                  | 88 |
| 5.2 Trabajo a futuro .....  | 89 |
| Anexos .....  | 90 |
| Bibliografía .....  | 90 |

## Índice de figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura 2. 1 Mapa conceptual de marco teórico.....   | 17 |
| Figura 2. 2 Ejemplo de motor eléctrico sin escobillas .....   | 18 |
| Figura 2.3 Ejemplo de imanes de tierras raras montados en rotor de motor eléctrico.....                                   | 22 |
| Figura 2. 4 Modulo de control de frenado integrado .....  | 24 |
| Figura 2.5 Tres curvas de degradación .....   | 29 |
| Figura 2.6 Ruta de muestra representativa de un proceso Wiener con deriva $\eta$ y constante de difusión $\sigma^2$ ..... | 36 |
| Figura 2.7 Ilustración de la prueba de degradación acelerada por estrés escalonado.....                                   | 40 |
| Figura 2.8 Gráfica de función de verosimilitud y log verosimilitud.....   | 47 |
| Figura 2.9 Una iteración del método de Newton.....  | 50 |
| Figura 2.10 Vector gradiente de una función escalar multivariable.....  | 51 |
| Figura 2.11 Matriz hessiana de una función multivariable .....  | 51 |
| Figura 3.1 Motores IBC eléctricos sin escobillas para el estudio .....  | 52 |
| Figura 3.2 Cámara ambiental para el estudio .....   | 53 |
| Figura 3.3 Probadora final de línea de producción, estación de medición de fuerza contra electromotriz.....               | 54 |
| Figura 3.4 Diagrama de flujo de la metodología del proyecto .....   | 55 |
| Figura 4.1 Preparación de exposición de los motores a temperaturas altas en cámara ambiental .....                        | 63 |
| Figura 4.2 Perfil de prueba de degradación con estrés escalonado de los motores .....                                     | 64 |
| Figura 4.3 Ejemplo de grafico de trayectorias de degradación y línea límite de valor de nivel crítico de falla .....      | 63 |
| Figura 4.4 Gráfica de incrementos y decrementos de los datos de degradación fase UV ...                                   | 67 |
| Figura 4.5 Gráfica de incrementos y decrementos de los datos de degradación fase VW .....                                 | 68 |
| Figura 4.6 Gráfica de incrementos y decrementos de los datos de degradación fase WU .....                                 | 69 |
| Figura 4.7 Gráfico de función de confiabilidad Grupo #1 UV .....  | 80 |
| Figura 4.8 Gráfico de función de confiabilidad Grupo #1 VW .....  | 80 |
| Figura 4.9 Gráfico de función de confiabilidad Grupo #1 WU .....  | 81 |
| Figura 4.10 Gráfico de función de confiabilidad Grupo #2 UV .....   | 81 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.11 Gráfico de función de confiabilidad Grupo #2 VW .....                        | 82 |
| Figura 4.12 Gráfico de función de confiabilidad Grupo #2 WU .....                        | 82 |
| Figura 4.13 Gráfico comparativo de función de confiabilidad a 60°C Grupo#1 vs #2 UV..... | 83 |
| Figura 4.14 Gráfico comparativo de función de confiabilidad a 60°C Grupo#1 vs #2 VW. ... | 84 |
| Figura 4.15 Gráfico comparativo de función de confiabilidad a 60°C Grupo#1 vs #2 WU....  | 85 |

## Índice de tablas

|   |    |
|---|----|
| Figura 4. 1 Datos de degradación “Grupo #1 Producción actual” .....   | 66 |
| Figura 4. 2 Datos de degradación “Grupo #2 Cambio de ingeniería” .....  | 66 |
| Figura 4.3 Valores de parámetros $(\hat{\sigma}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ Grupo#1 Producción actual.....      | 77 |
| Figura 4. 4 Valores de parámetros $(\hat{\sigma}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ Grupo#2 Cambio de ingeniería ..... | 77 |
| Figura 4.5 Valores de parámetros $(\gamma_k, \lambda)$ Grupo#1 Producción actual .....                              | 78 |
| Figura 4.6 Valores de parámetros $(\gamma_k, \lambda)$ Grupo#2 Cambio de ingeniería .....                           | 79 |

## **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

La confiabilidad es la capacidad de un dispositivo o sistema de realizar su función de manera predicha, a su vez, es la probabilidad de que cualquier producto funcione de manera óptima y sin incidentes en el transcurso de su vida útil operando de manera especificada. “La confiabilidad de los productos contribuye a la calidad y a la competitividad” (Nelson, 1990, p. 1). De esto muchas decisiones están basadas en los datos de vida y esfuerzos para evaluar la confiabilidad en nuevos diseños, mejoras del producto, identificación de fallas, comparación de productos, materiales, etc. Para cuantificar qué tan confiable es un producto se tiene que someter a un análisis de diversos tipos de pruebas que darán la información necesaria para poder relacionar, examinar y prever las posibles fallas bajo las condiciones que son operados y así poder gestionar diseño de este. Los efectos de variables de estrés como lo son voltaje, corriente, vibración, humedad y temperatura son factores comunes que influyen en el desgaste de los productos. Por esta razón es necesario el desarrollo e investigación de métodos de ingeniería y diseños de experimentos para mejorar los productos y sus procesos (Jiménez Hernández, 2009).

Una de las herramientas más utilizadas para analizar la distribución de vida de los productos y predecir fallas son las pruebas de vida acelerada (PVA) las cuales consisten en una variedad de métodos de prueba con altos niveles de variables aceleradoras. Los principales objetivos de acelerar la vida de un producto son desde perspectiva de diseño son: estimación vida o rendimiento a largo plazo en condiciones normales con un modelo estadístico, evaluar fiabilidad de materiales y componentes, determinar alternativas de diseño optimas, confirmar la efectividad de

un cambio de diseño, identificar fallas potenciales y demostrar la confiabilidad. Por esta razón las pruebas de vida acelerada son útiles en la industria de la manufactura para validar productos y procesos dado que la degradación natural en los productos y procesos es un proceso lento considerando los tiempos de producción de la industria. Al principio de la fase de diseño del producto, la fiabilidad de los materiales y componentes puede evaluarse y calificarse probándolos a niveles de tensión más altos. A medida que avanza el diseño, a menudo se realiza un diseño robusto de confiabilidad para mejorar la confiabilidad al elegir la configuración óptima de los parámetros de diseño. Tan pronto como se completa el diseño, los prototipos se someten a pruebas de verificación del diseño (DV). Si tiene éxito, el siguiente paso es la prueba de validación de proceso (PV). Estos dos tipos de pruebas a menudo incluyen PVA, que están destinados a demostrar el logro de un objetivo de confiabilidad especificado. Las PVA son esenciales en todos los programas efectivos de confiabilidad.

Sin embargo, en el entorno empresarial competitivo de hoy, el tiempo permitido para las pruebas se reduce continuamente, por otra parte, la estimación del rendimiento de productos altamente confiables y de larga duración con pruebas de vida acelerada implica pruebas a niveles muy elevados de tensiones, requieren mucho tiempo y a menudo resultan en muy pocas fallas para proyectar inferencias útiles. Una propuesta ante estos obstáculos es un método alternativo llamado pruebas de degradación acelerada (PDA) consiste en recolectar datos característicos de calidad cuya degradación está altamente correlacionada con la vida útil de los productos (Tang, 2014). Según Chen muchos mecanismos, sistemas, productos o

materiales se desgastan, degradan o envejecen con el tiempo antes de que experimenten fallas o roturas, las mediciones de degradación pueden proporcionar información valiosa adicional que puede utilizarse para complementar las observaciones de fallas reales y deben considerarse en los procedimientos de inferencia estadística (Chen, 2017).

Las PDA en comparación con PVA proporcionan más información de confiabilidad y pueden llevarse a cabo en un tiempo menor. La degradación es una debilidad que ocasionalmente puede causar la falla de un producto en base a su rendimiento. A su vez es una acumulación de daños irreversibles en el tiempo que lleva a una falla cuando alcanza un determinado umbral. Cuando es posible cuantificarla, esta puede proveer más información que los datos de tiempo de falla y permite el mejoramiento de la confiabilidad en de un producto (Yanez, 2003). Para el análisis de degradación se requiere recolectar datos de degradación física de un producto para tomarla como referencia en una función del tiempo, sin embargo, en muchos casos no se puede medir físicamente, pero si se pueden obtener mediciones de la evolución del desempeño del producto en intervalos de tiempo y como resultado su degradación en el tiempo en términos de desempeño (Meeker, 1998).

El uso de modelos de degradación es posible gracias a la relación existente entre el fallo del componente y la cantidad de degradación, permite hacer inferencias y predicciones sobre el tiempo de fallo, es decir, los datos basados en la condición observada se conocen generalmente como datos de degradación y están estrechamente relacionados con el proceso de degradación física (Xu, 2010). Los modelos de degradación existentes se clasifican de la siguiente manera (Zio, 2016):

- 1.- Modelos estadísticos del tiempo hasta el fracaso, basados en datos de degradación.
- 2.- Modelos de proceso estocástico como lo son el proceso Wiener, Gamma y Gaussiano inverso que describen la evolución de los parámetros de degradación por incrementos graduales, degradación estocástica a lo largo del tiempo y la falla ocurre cuando los valores de las mediciones de degradación alcanzan niveles predefinidos.
- 3.- PBM por sus siglas en inglés (Physics based models) basados en el conocimiento de la física de la degradación, que se traduce en ecuaciones para dar una descripción cuantitativa.
- 4.- MSM (Modelos semi-Márkov) que describen el proceso de degradación subyacente por estados de degradación finos.

## **1.1 Antecedentes**

Los avances tecnológicos, el desarrollo de productos altamente sofisticados, la competencia global y la creciente expectativa de los clientes han puesto nuevas presiones sobre los fabricantes para producir productos de alta calidad. Los clientes esperan que los productos sean confiables y seguros (Meeker, 1998). Los componentes y sistemas críticos para la seguridad, como los empleados en la industria nuclear, de petróleo y gas, automotriz, los sectores aeronáutico y aeroespacial están diseñados para no fallar, es decir, con muy alta confiabilidad, debido a lo potencialmente catastrófico consecuencias de sus fracasos.

En la actualidad la industria automotriz (IA) demanda nuevos y mejores productos, que cumplan con la calidad y confiabilidad necesaria para satisfacer las

necesidades de la competencia global y del mercado, de esta manera los clientes aseguran su competitividad y a su vez hacer frente a los desafíos tecnológicos que enfrenta la industria en estos tiempos. La IA se ha desarrollado en el sector más dinámico de la economía mexicana en los últimos años, cada vez llegan al país nuevas y numerosas inversiones de las principales Original Equipment Manufacturers (OEMs) del auto y el sector se posiciona como una de las plataformas de exportación más importantes del mundo. El gobierno mexicano señala que este crecimiento excepcional se debe a las ventajas competitivas del país en mano de obra calificada, proveeduría, posición geográfica y acceso a otros mercados (Economía, 2013).

El presente estudio se emplea en uno de los productos de una empresa transnacional del sector automotriz que cuenta con un centro de diseño y operaciones de manufactura en la localidad, en dicha empresa se diseñan y fabrican motores eléctricos de varios tipos, como motores CC (Corriente continua) con escobillas o sin escobillas, así como motores SR (Synchronous reluctance) que no utilizan imanes para las unidades de transmisión EV (Electric vehicles) y HEV (Hybrid electric vehicles) con el fin de garantizar que los conductores puedan tener una experiencia de conducción segura y agradable. El objetivo principal de la unidad de negocios del motor es convertirse en el principal fabricante mundial de motores de vehículos. Esta unidad de negocio se caracteriza por sus sistemas, entorno corporativo y por su personal experto en el diseño y fabricación de motores eléctricos para vehículos orientados al desempeño del producto, a la seguridad de los usuarios y la conveniencia de conducir. La ventaja competitiva de la empresa radica en la capacidad para desarrollar y producir motores de alto rendimiento utilizando la

tecnología central de la empresa, uno de los productos primordiales de la empresa son los motores CC sin escobillas de alto rendimiento. El presente caso de estudio se llevará a cabo una de las aplicaciones de dichos motores.

Una de las actividades principales en el centro de diseño de Juárez es validar los diseños y los procesos de los productos por sus siglas en inglés (PV's) en este caso de los motores eléctricos, estas validaciones se llevan a cabo para la comprobación de la confiabilidad esperada por los clientes en sus productos y son uno de los requisitos principales del cliente para poder dar autorización de la producción de los motores, las validaciones consisten en un plan de diversas pruebas de vida acelerada, las cuales se diseñan en base a las especificaciones y condiciones de operación del producto. Algunas veces se necesitan PVA incluso después de que el diseño se lanza a producción completa, podemos confiar en tales pruebas para determinar las causas de la variación excesiva del proceso y duplicar los modos críticos de falla observados en el campo.

Una vez que el producto se encuentra en producción los clientes por contrato con sus proveedores demanda una serie de iniciativas de ahorros de costos, el departamento de I & D (Investigación y desarrollo) se involucra directamente en este compromiso a través de los proyectos VAVE (Value analysis / value engineering), estos se refieren a los productos nuevos o existentes e implica que el equipo analice y evalúe el producto actual para reducir costos, mejorar su función o ambos, este análisis considera costos, funciones, componentes alternativos, aspectos de diseño orientados al producto o a su montaje. Esto es muy significativo porque, según

informes internos de la empresa, hasta el 80% de los costos de un producto (durante el resto de su ciclo de vida) están bloqueados en la etapa de desarrollo del diseño.

Un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias  $\{X_t: t \in T\}$  parametrizada por un conjunto  $T$ , llamado espacio parametral, en donde las variables toman valores en un conjunto  $S$  llamado espacio de estados (Rincón, 2012), es decir el proceso de un sistema con variables que evolucionan de un estado a otro en el tiempo de acuerdo con una ley de movimiento no determinista, sino provocada por un mecanismo aleatorio. En la realidad la degradación de muchos productos y sistemas se modelan con un proceso de este tipo para considerándolos mecanismos azarosos con fundamento en la suposición de acumulación aditiva de la degradación.

Los modelos de degradación con procesos estocásticos son utilizados para analizar tiempos de vida de productos altamente confiables, tomando en cuenta una característica de calidad cuya degradación se vincule con su fiabilidad, existen diversos modelos los más comunes se exponen a continuación:

- Proceso Gamma: Se utiliza cuando un número considerable de fallas del producto son causadas por factores aleatorios externos como lo es desgaste, propagación de fisuras, corrosión, crecimiento, fatiga, entre otros y su tiempo de impacto sigue una distribución de Poisson.
- Proceso Wiener: Es uno de los procesos más populares en la literatura, se basa en el incremento de la degradación en intervalos de tiempo muy pequeños que se ve reflejado en un gran número de pequeños efectos externos con una distribución normal, se utiliza para evaluar el comportamiento de las variables explicativas (tasa de uso, temperatura, humedad, etc.) y

también los factores no observables (defectos internos y uso de campo no observables).

- Proceso Inverso Gaussiano: Existen muchos caminos de degradación que los procesos Gamma y Wiener erran al momento de modelar. Wang y Xu introdujeron este proceso como una alternativa de modelo que provee una interpretación física para productos en entornos aleatorios con tiempo continuo, es un proceso estrictamente monótono (Xu W. a., 2013).

El modelo que se emplea en este trabajo es un modelo de proceso estocástico con proceso Wiener, la razón de elegir este proceso es que los datos de degradación que se tienen no presentan una evolución de degradación siempre positiva y en aumento, las propiedades de este proceso consideran las propiedades no monotónicas en el sistema.

En una prueba de degradación acelerada con estrés escalonado o paso a paso, un lote de especímenes se somete sucesivamente a esfuerzos bajo tensiones crecientes por pasos con las que se puede estimar parámetros de vida útil como lo son tiempo medio al fracaso, tiempo de garantía, tasa de fracaso, etc. Las pruebas con estrés escalonado son más complejas en comparación con las de estrés constante en términos de análisis e implementación a medida que aumenta la tensión de prueba en pasos de menor estrés a mayor estrés durante la prueba, las muestras se condicionan gradualmente al estrés en lugar de someterse a un alto estrés constante en el inicio de la prueba. Un plan de prueba con estrés paso a paso son planes económicos y flexibles donde se debe especificar los niveles de estrés, el

tamaño de la muestra necesario, número de inspecciones y tiempo de espera en cada estrés.

Diversos estudios de confiabilidad han sido utilizados en motores eléctricos aplicados en diferentes ámbitos, uno de los primeros experimentos de degradación mediante pruebas con estrés creciente en tres bobinas de motores eléctricos se llevó a cabo por Gupta y Lloyd (Gupta, 1990) donde se analizó la degradación del aislamiento entre vueltas causadas por sobretensiones repetitivas, se demostró el envejecimiento del aislamiento de las bobinas causado por sobretensiones repetitivas y normalmente estas afectan las terminales del motor. Sciascera y M. Galea desarrollaron un modelo de estrés múltiple que estima la vida útil del aislamiento del devanado en motores de alto rendimiento con relación a su ciclo de trabajo, se consideran tensiones terminales y termodinámicas, el modelo se adecua para máquinas de bajo voltaje y bajo ciclo de trabajo, las pruebas de degradación acelerada muestran que el envejecimiento termodinámico es significativo con aumentos de temperatura (Sciascera, 2016).

House y Flickinger (United States Patent No. US 6,834,256 B2 , 2004 ) desarrollaron un sistema y método para determinar la confianza estadística comprobada y el tiempo restante antes de falla para sistemas de motores eléctricos utilizados en procesos de fabricación industrial, basada en un sistema de monitoreo continuo de parámetros y una base de datos compuesta por datos históricos de modo, causa de falla y reparación, se utiliza un proceso computacional que se basa en estructuras de árbol de fallas con probabilidades y modelos con distribución Weibull para pronosticar el tiempo restante antes de las fallas del sistema (United States

Patent No. US 6,834,256 B2 , 2004). Por su parte Seker utiliza un modelo de degradación acelerada aplicados a cojinetes de motores de inducción de 5 HP por sus siglas en inglés (Horsepower). En este sentido, el documento presenta el análisis estadístico de los datos de vibración de las pruebas de carga durante siete ciclos de envejecimiento EDM junto con el análisis espectral y ofrece un modelo de fiabilidad del proceso de envejecimiento. Se recopiló una gran cantidad de datos de corriente y vibración de motores de 5 HP por parte de un estudio de envejecimiento acelerado patrocinado por la Universidad de Tennessee que fueron sometidos a mecanizado de descarga eléctrica por sus siglas en inglés (EDM), utilizando estos resultados se determina un nivel de detección temprana de fallas y un modelo de confiabilidad basado en los procesos de envejecimiento acelerado para los cojinetes del motor. Según los resultados del análisis estadístico, la degradación en los cojinetes del motor comienza entre el tercer y el cuarto ciclo de envejecimiento. El cuarto ciclo de envejecimiento se puede aceptar como un nivel de detección temprana de fallas por medio de un modelo exponencial, este modelo de envejecimiento obtenido se utiliza para establecer un modelo de confiabilidad de la degradación del rodamiento del motor (Seker, 2010).

## **1.2 Planteamiento del problema**

Existen diversos retos y problemáticas en los proyectos VAVE identificados en la empresa. Uno de los problemas más recurrentes se encuentra en las propuestas de ahorro de costos por parte de proveedores, del cliente o mismas de la empresa, ya que las propuestas no siempre hacen un balance entre ahorros y el rendimiento del

producto, es decir, los cambios de ingeniería propuestos pueden comprometer el rendimiento del producto. Cuando cambios de ingeniería se llegan a aprobar e implementar bajo estas circunstancias causa problemas de calidad y confiabilidad en los motores, por consecuente se generan pérdidas por garantías y quejas de calidad. Otro factor recurrente son los conflictos de intereses entre los involucrados de las propuestas porque algunas solo benefician a una de las partes.

Por otra parte, el cliente tiene el papel de cuidar la calidad y rendimiento de sus productos por lo que demanda que la evidencia de los cambios se justifique de manera exhaustiva y convincente, su objetivo es que su producto no disminuya valor y robustez, esto requiere tiempo e inversión de recursos de la empresa y aun que si exista la evidencia suficiente para justificar los cambio muchas propuestas no llegan a implementarse por que el cliente no se convence de los cambios propuestos. En caso de que una iniciativa sea aceptada por el cliente se tiene que realizar una validación del producto y del proceso de manufactura para su implementación. Estas situaciones en conjunto generan pérdidas para la empresa en cuestión de tiempo muerto y recursos empleados en vano, sumando todo lo descrito anteriormente al final del día no se obtienen las ganancias esperadas.

Uno de los proyectos VAVE que se está evaluando por el departamento de I&D en el motor sin escobillas IBC por sus siglas en inglés (Integrated brake control), es una iniciativa de ahorro de costos que consiste en disminuir la cantidad de disprosio, elemento químico utilizado en el proceso de fabricación de los magnetos que constituyen el rotor del motor. El disprosio cuyo símbolo es Dy y su número atómico es 66, es un metal de transición de color blanco plata, incluido en el grupo

de los lantánidos o tierras raras, este elemento incrementa las propiedades de fuerza magnética del imán y aumenta la resistencia a temperaturas bajas. Este elemento eleva el precio de los magnetos, a su vez este cambio de ingeniería es crítico porque está directamente relacionado a su funcionamiento por efecto del magnetismo en el motor, en determinadas condiciones ambientales el motor puede sufrir desmagnetización en el campo de aplicación, a causa de esto el motor pierde fuerza electromotriz, por consecuente puede no funcione de manera adecuada, recalcando que la aplicación de este motor es en el sistema de frenado del automóvil por lo que su funcionamiento apropiado es necesario para la seguridad de los usuarios. Por esta razón tanto el cliente como la administración de la empresa requieren más evidencias de que el cambio no genera un efecto negativo en la confiabilidad del producto.

Con este trabajo se da a la empresa una herramienta que fundamente y fortalezca el análisis de los proyectos VAVE en base a la confiabilidad de los motores para poder dar evidencias claras del mismo, a su vez con esto el cliente acepte esta propuesta de cambio de ingeniería en la empresa, con un análisis real de confiabilidad como es el modelado del efecto de la temperatura en el motor para conocer los tiempos de desmagnetización del motor.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo general**

Caracterizar la evolución de la fuerza contra electromotriz de motores eléctricos de control de frenado mediante la aplicación de pruebas de degradación acelerada con

estrés escalonado y desarrollar un modelo de degradación estocástico para estimar la confiabilidad de los motores.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Establecer un diseño de experimentos de prueba de degradación de estrés escalonado para obtener datos de experimentación.
- Diseñar y desarrollar un modelo de degradación con proceso Wiener con relación vida-esfuerzo de Arrhenius.
- Diseñar un código en R para la estimación de los parámetros del modelo propuesto y analizar la información obtenida del modelado.
- Comparar las confiabilidades de los motores prototipo con el cambio de ingeniería propuesto y los de producción actual.

### **1.4 Hipótesis**

- El proceso Wiener con relación vida-esfuerzo de Arrhenius permite modelar el comportamiento del voltaje generado por el motor y permite medir el efecto de la condición de estrés de temperatura.
- Las confiabilidades obtenidas de los motores prototipo y producción actual dan pauta para tomar decisiones para la aceptación o rechazo del cambio de ingeniería en la empresa.

## 1.5 Justificación

La obtención de datos de confiabilidad provee estimaciones en el tiempo para llegar a niveles críticos con el fin de determinar fallas en los motores, permite optimizar el producto, obtener ganancias y a su vez reducir quejas de calidad, esto genera confianza del cliente hacia la empresa, por lo tanto, se afianza su competitividad para negocios futuros.

Además, la empresa obtiene un estudio de confiabilidad aplicada que provee la caracterización de los motores eléctricos para fundamentar los cambios de ingeniería con evidencia clara y contundente, se cuenta con una herramienta para la comparación de fiabilidad en los cambios propuestos y futuros proyectos VAVE.

En caso de la aceptación de los proyectos se obtiene una ganancia económica significativa, a continuación, se muestra el análisis costo beneficio para la empresa:

- Precio actual por magneto 0.3860 dlls (Dólares)
- Precio cotizado por magneto sin disprosio 0.3705 dlls

Multiplicado por 10 magnetos que contiene cada motor

- Magneto actual por motor 3.86 dlls
- Magneto sin disprosio por motor 3.70 dlls

Se obtiene una ganancia de 0.16 centavos de dólar por cada motor, considerando el valor unitario multiplicado por el volumen de producción anual de dos millones de motores se obtiene un ahorro de 320,000 dlls por año.

## 1.6 Alcances y delimitación

El diseño de experimentos se establece en base a los recursos del laboratorio de pruebas de la empresa, una limitante considerable en el proyecto fue que la probadora que se utiliza para medir la fuerza electromotriz en los motores se encontraba en desarrollo, es decir que el laboratorio no cuenta con la capacidad de poder realizar las mediciones requeridas por el estudio, la solución fue pedir apoyo a el área de producción el cual cuenta con el equipo necesario para la medición de este parámetro, implícitamente se generaron otras limitantes que se explican a continuación. La dinámica de trabajo de áreas de producción es muy diferente al de un centro de técnico de investigación y desarrollo donde el entorno permite realizar estudios de esta naturaleza sin inconvenientes de tiempo y disponibilidad de los equipos de medición, esto se debe a que están sometidos a trabajo constante en base a su dinámica muy rápida y demandante para cumplir las meta de producción diarias, esto genera dependencia al realizar las mediciones requeridas y retrasos del tiempo requerido para la experimentación, añadiendo que el equipos de medición se encuentra integrado dentro de las probadoras finales de línea de producción. La calibración del equipo no se consideró como parte del proyecto porque las probadoras y equipos de producción siempre se encuentran calibradas cuando se está produciendo.

Se tuvo que diseñar un plan de pruebas de degradación que se acomodara a las limitantes antes descritas por lo que se consideran solamente las mediciones esenciales para poder datos para la modelación y la medición del efecto de temperaturas de un solo parámetro del motor.

El tamaño de muestra es otra delimitación, el proveedor solamente proveyó una muestra de 50 magnetos sin disprosio para los prototipos del cambio de ingeniería, equivalentes a la construcción de 5 motores, tomando en cuenta esto se añadieron otros 5 de producción actual para poder hacer la comparación, en total 10 motores. De igual manera el tiempo de exposición a temperatura alta está definida por la especificación del cliente en la sección de pruebas de validación específicamente la prueba de desmagnetización, la considera una temperatura de 120 grados centígrados con una exposición de dos horas, las temperaturas siguientes se definieron en base a la capacidad de la cámara ambiental que se usa en la prueba.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

A continuación, se presenta un mapa conceptual que muestra la estructura base de la temática y secuencia que seguirá este capítulo para exponer los fundamentos teóricos del presente trabajo.

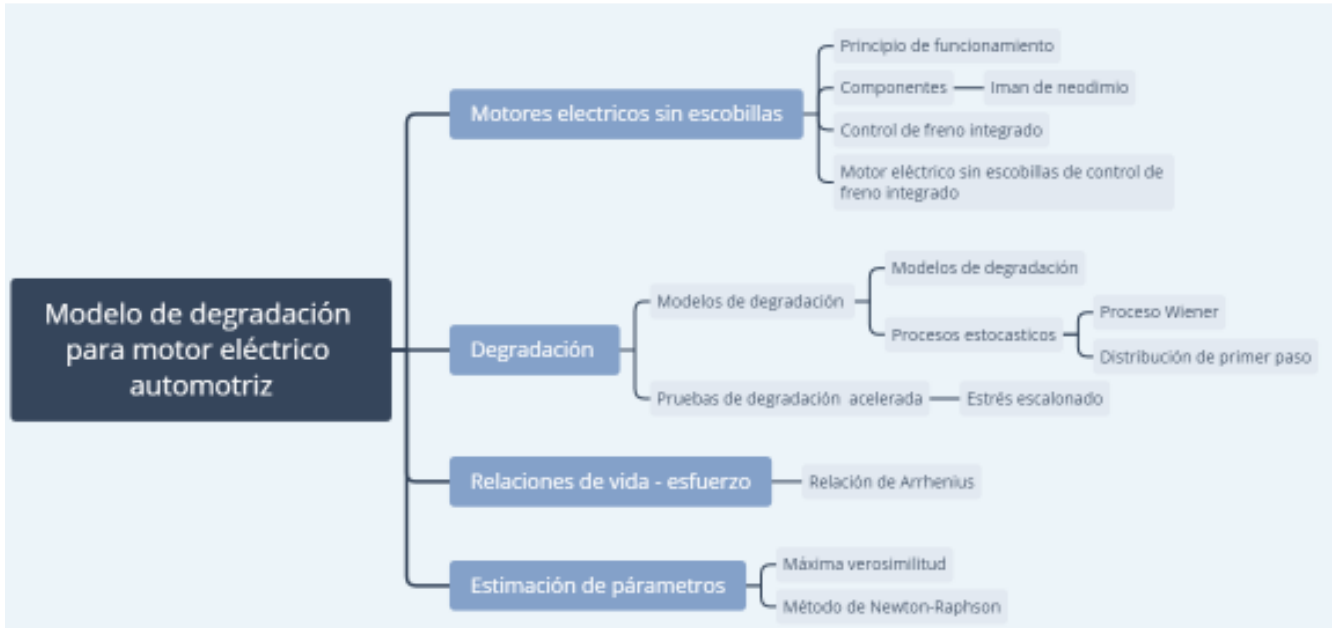


Figura 2.1 Mapa conceptual de marco teórico.

### 2.1 Motores eléctricos sin escobillas

Las máquinas conocidas como Motores sin Escobillas de Corriente Directa (Brushless DC o BLDC motor por sus siglas en inglés) Es un motor con imanes permanentes en el rotor y devanados de estator (Xia, 2012). De acuerdo con la clasificación que hace Miller respecto a los motores que se consideran sin escobillas, se puede mencionar al motor de inducción en su versión jaula de ardilla, el motor síncrono de imán permanente, el motor de reluctancia conmutada y el motor a pasos

(Miller, 1989). El BLDC una maquina síncrona, es decir, una maquina rotativa de corriente alterna cuya velocidad de rotación del eje y la frecuencia eléctrica están sincronizadas y dependen una de la otra, ya que el campo magnético generado por el estator y el campo magnético generado por el rotor se encuentran en fase y así producen el torque de rotación. Se muestra un ejemplo de un motor sin escobillas en la figura 2.2. La máquina puede operar como motor y también como generador, el rotor cuenta con imanes permanentes donde los campos magnéticos son distribuidos uniformemente en los devanados, la velocidad del eje depende de la frecuencia de la red eléctrica que lo suministra, existen dos tipos de BLDC (1) Trapezoidales y (2) Sinusoidales. La de tipo trapezoidal la fuerza electromotriz (fem) tiene forma trapezoidal y la corriente de fase requerida es una onda quasicuadrada de  $120^\circ$ , en los de tipo sinusoidal la fem es sinusoidal y la corriente de fase requerida también. De hecho, con el motor funcionando a una velocidad constante resulta que la fuerza contra electromotriz (fcem) tiene una forma sinusoidal en el tiempo y a veces se les llama motor de fuerza contra electromotriz (Chiasson, 2005).



Figura 2.2 Ejemplo de motor eléctrico sin escobillas.

Cuando la armadura de un motor gira en consecuencia del par que se produce por la acción del motor, actúa como generador al mismo tiempo. Cuando existe un campo magnético inducido por los imanes a fin de que se produzca la acción motora, ese mismo campo genera un voltaje en los conductores de la armadura. De la ley de Faraday, la relación entre la regla de Fleming de la mano derecha de la acción generador y la regla de la mano izquierda de la acción del motor, se concluye que el voltaje inducido se opone a la corriente eléctrica producida por el voltaje aplicado que causa la acción del motor. A ese voltaje inducido que se opone al voltaje aplicado se le conoce como fuerza contra electromotriz (Martinez, 2009).

Los BLDC tienen la característica de que no emplean escobillas en la conmutación para la transferencia de energía, la conmutación se realiza electrónicamente. Para energizar las bobinas adecuadas de manera que se produzca el máximo par posible en la posición actual del rotor es necesario conocer cuál es esa posición, por lo que se requiere de un sensor de posición angular que informe en cada momento la configuración del rotor. La posición entre la posición censada y la lógica de energización de las bobinas se lleva a cabo mediante una lógica de control y juntos conforman un lazo de control retroalimentado.

El rotor de imán permanente puede tener desde 2 hasta 8 polos de pares con polos alternados N y S. Las ferritas magnéticas han sido utilizadas desde hace tiempo para la fabricación de imanes permanentes. En la actualidad han ganado popularidad los imanes fabricados con aleaciones de tierras raras que presentan mayor densidad de campo magnético

Este tipo de motor tiene muchas ventajas frente a los motores de corriente directa con escobillas y frente a los motores de inducción por lo que en las últimas décadas se han estado utilizando ampliamente en la industria automotriz ya que presentan un alto desempeño y confiabilidad, pero su costo es alto y su control es complejo (Gomez, 2016). Sus ventajas son:

- Tamaño de rotor pequeño y alta densidad de potencia.
- Menor inercia y respuesta dinámica más veloz
- Mayor velocidad y capacidad de torque, debido a la ausencia de escobillas
- Menor costo de mantenimiento

### **2.1.2 Imán permanente de tierras raras**

Los imanes permanentes cuentan con múltiples aplicaciones tecnológicas hoy en día, entre estas se encuentran los parlantes, motores, discos duros, transductores de velocidad electromecánicos entre otros (Yang, 2001). Los imanes de tierras raras (RE) se han vuelto populares en diversas industrias como aeroespacial, automotriz, electrónica, médica y militar (Denta, 2012). Un imán RE es un potente imán constituido por aleaciones de elementos químicos llamados tierras raras ver figura 2.3. Estos imanes son significativamente fuertes en comparación con otros tipos tales como imanes de ferrita o alnico. Para caracterizar imanes permanentes se utilizan algunas propiedades importantes tales como:

- Remanencia ( $M_r$ ): Mide la fuerza del campo magnético;

- Coercividad ( $H_{ci}$ ): Mide la resistencia del material a ser desmagnetizado;
- Producto energético ( $BH_{max}$ ): Mide la densidad de la energía magnética
- Temperatura de Curie ( $T_c$ ): Temperatura a la cual un material pierde su magnetismo.

Se clasifican en dos tipos: Imanes de neodimio e imanes de samario-cobalto. El primero está compuesto de Neodimio ( $Nd_2$ ) - Hierro ( $Fe_{14}$ ) - Boro (B), con excelentes propiedades magnéticas con relación a su masa, pero mucho menor fuerza de Curie. Para conservar las propiedades magnéticas a temperaturas altas se utilizan aleaciones con terbio y disprosio. Apropiado para aplicaciones que requieran imanes pequeños.

El segundo está compuesto por Cobalto ( $Co_5$ ) - Samario (Sm). Posee importantes valores magnéticos, aunque sensiblemente inferiores al Neodimio Sinterizado, aunque con mayor fuerza de Curie. Son frágiles y propensos a astillarse y sufrir fractura cuando son sometidos a choque térmico.

Estos imanes de alto rendimiento basados en compuestos intermetálicos  $RECo_5$ ,  $RE_2TM_{17}$  (TM: metal de transición) y  $RE_2TM_{14}B$ . Los imanes de tierras raras son conocidos por sus propiedades magnéticas superiores: alta inducción y fuerza coercitiva. Estas propiedades surgen debido a la extremadamente alta anisotropía magneto cristalina posible gracias a las interacciones únicas 3d-4f entre la transición metales y tierras raras. Durante más de 40 años, estos imanes siguen siendo la opción número uno en aplicaciones que requieren campos magnéticos altos en condiciones de operación extremas: fuerzas de desmagnetización y alta

temperatura (Denta, 2012). Los imanes se fabrican mezclando o encapsulando un polvo magnético en una resina o polímero, posteriormente la mezcla se sinteriza (Se funde al vacío) a la forma final de la pieza y se deja enfriar lentamente.



Figura 2.3 Ejemplo de imanes de tierras raras montados en un rotor de un motor eléctrico.

## 2.2 Control de frenos integrado

El control de freno integrado es una unidad de control de aplicación de freno electrohidráulico integrado sin vacío que puede reemplazar el control electrónico de estabilidad, el refuerzo de vacío y la bomba de vacío, así como los cables, sensores, interruptores y controladores asociados. Ofrece frenado regenerativo en una sola unidad integrada y cubre trenes de potencia de bajo consumo sin la necesidad de bombas de vacío suplementarias.

### Ventajas

- Sensación de pedal de freno normal entregada a través de la simulación del pedal

- Ayuda a permitir una distancia de frenado reducida, una tasa de aumento de presión rápida y protección de peatones.
- Cobertura de vehículos desde segmentos de automóviles pequeños hasta camiones ligeros ; compatible con todos los trenes motrices.
- Beneficios de ahorro de combustible y emisiones de CO<sub>2</sub>
- Ahorro de peso significativo
- Menos componentes: embalaje más compacto, instalación simplificada del ensamblaje del vehículo
- Proporciona capacidades de rendimiento mejoradas para sistemas como el frenado automático de emergencia y las funciones de conducción automatizadas.

En Friedrichshafen, Alemania / Livonia, Mich. Se lanzó el primer sistema de control integrado de frenos en el Chevrolet Silverado 2019. El control de frenado integrado es una tecnología independiente del vacío que simplifica la arquitectura del sistema de frenos al tiempo que ofrece capacidades de rendimiento mejoradas. También presenta una respuesta de pedal de freno de clase mundial para camiones grandes con una sensación de auto que inspira confianza en el sistema de frenos del vehículo.

"El sistema de control de frenado integrado representa el futuro de la tecnología de frenado y ayuda a satisfacer las tendencias globales de la industria de la eficiencia de CO<sub>2</sub>, la seguridad y la conducción automatizada", dijo Manfred Meyer, vicepresidente senior de sistemas de frenado ZF. "Ayuda a brindar seguridad avanzada en forma de un rápido aumento de la presión de frenado para altas demandas dinámicas como el frenado automático de emergencia. También admitirá

la gama de control de vehículos de frenos y los requisitos de detención para funciones de conducción parcialmente automatizadas”. En el corazón del sistema hay un actuador que es impulsado por un motor de acción rápida capaz de generar presión de frenado que se traduce en una desaceleración del vehículo de hasta un G en menos de 150 milisegundos para distancias de frenado significativamente reducidas (ZF, 2018).



Figura 2.4 Modulo de control de frenado integrado (ZF, n.d.).

### **2.2.1 Motor eléctrico sin escobillas de control de freno integrado**

El motor IBC es una máquina de accionamiento de corriente alterna trifásica sin escobillas trifásica de 12 ranuras, 10 polos, imanes de tierras raras, con devanado conectado en estrella, que se utiliza en la unidad de control de freno electrohidráulico, el propósito del motor es accionar el cilindro maestro del freno a través de un accionamiento del husillo, proporcionando así la presión del freno hidráulico bajo el control de una unidad de control electrónico. El motor se energiza para cada operación de frenado como frenado normal, ABS y todas las operaciones del sistema de control. El motor funciona hasta su velocidad máxima en ambas direcciones,

respectivamente, durante la aplicación de la presión del freno, y durante el bloqueo durante la retención de la presión del freno. El motor es de diseño de máquina síncrona de imán permanente. El motor consta de:

- Conjunto de bobinado del estator (pila de laminación y bobinado)
- Conjunto de imán de rotor (núcleo de rotor, imanes, retención de imán, eje)
- Conjunto de carcasa y cojinete con tapa final
- Conjunto de marco de plomo
- Parte giratoria del sensor de posición del motor.

El conjunto del rotor consiste en un núcleo de rotor con imanes permanentes (o imanes), un eje y cojinetes. El eje se conectará directamente a un husillo o a una tuerca de bola. Se fijará un conjunto de imán del sensor de posición del motor en el rotor para detectar la posición del rotor.

### **2.3 Degradación**

La degradación es la reducción del rendimiento y la vida útil de los productos, es un proceso de naturaleza estocástica y por lo tanto puede ser modelada desde varios enfoques. En general, la confiabilidad de un sistema disminuye a medida que se desarrollan los procesos de degradación, lo que eventualmente conduce a fallas (Xie, 2014).

En experimentos con productos de alta confiabilidad se obtienen pocas fallas y es común observar que todas las unidades sobreviven la duración del ensayo. En

algunas aplicaciones es posible medir variables de degradación que permiten modelar el proceso de degradación y relacionarlo con el tiempo de falla. Esto da una estimación indirecta de la distribución de tiempos de falla. La modelación de la degradación también nos acerca al proceso físico/químico de la falla, proporcionando mejor información para evaluar la capacidad descriptiva de los modelos propuestos.

Cuando se quiere estudiar la confiabilidad de un producto en particular, un tipo de información que se puede recolectar, son los datos de la degradación física del producto como una función del tiempo. Sin embargo, en muchos casos no se puede medir físicamente la degradación, pero si se pueden tener medidas de la evolución del desempeño del producto y por ende de su “degradación” en el tiempo en términos de desempeño, por ejemplo, el porcentaje de incremento en la transconductancia de un semiconductor (Jye-Chyi Lu, 2012). Los datos mencionados son catalogados como “datos de degradación”. Si los datos de degradación están disponibles, su uso puede tener importantes ventajas prácticas especialmente en aplicaciones con pocas fallas.

Nelson compara los datos de tiempos de falla contra los de degradación, encontró que el análisis de degradación es más robusto cuando se utiliza en la estimación de la probabilidad fuera del rango de los datos (Nelson, 1990). Meeker presento las ventajas de las pruebas de degradación como:

- Más información de confiabilidad cuando existen pocos datos de falla
- Se puede modelar directamente el mecanismo de falla
- Da estimaciones de confiabilidad más precisas.

Enrico y Ribeiro (Viviane Ribeiro Branco de Oliveira, 2004) comparan tres métodos estadísticos para estimar la función de distribución de tiempo falla de un producto, estos métodos son de aproximación, analítico y numérico. (C. Joseph Lu, 2012) . Propusieron un modelo de efectos mixtos para describir la ruta de degradación en dos etapas y calcularon la distribución del tiempo de falla utilizando el método Monte Carlo.

### **2.3.1 Modelos de degradación**

Para algunos productos cuyas características de rendimiento se degradan con el tiempo, se dice que se produjo un fallo cuando cesa la capacidad del producto para entregar la característica ofrecida al cliente, esto representa el término del tiempo de vida. Las fallas se clasifican en dos tipos:

- Falla dura: Esta es una falla catastrófica que causa el cese completo de una función, tal modo de falla ocurre en un producto de estado binario y se puede conocer el punto exacto de falla en el tiempo.
- Falla suave: Esta es la pérdida parcial de una función, cuando una característica de rendimiento cruza un umbral especificado, la característica de rendimiento que define la falla es la característica de calidad que incurre en la pérdida de calidad.

El rendimiento de un producto generalmente se mide por múltiples características. Cada característica refleja hasta cierto punto el nivel de confiabilidad del producto. En el análisis de degradación, relacionar cuantitativamente la confiabilidad con todas las

características es difícil o imposible. De hecho, la mayoría de las características no son independientes entre sí ni igualmente importantes. En muchas aplicaciones, hay una característica crítica, que describe el proceso de degradación dominante. Este puede usarse para caracterizar la confiabilidad del producto. En muchas aplicaciones, la característica crítica es bastante obvia y puede identificarse utilizando el conocimiento físico, los requisitos del cliente o la experiencia. Para que un componente se instale en un sistema, la característica crítica del componente es a menudo la que tiene el mayor impacto en el rendimiento del sistema. La deriva y la variación en esta característica hacen que el rendimiento del sistema se deteriore notablemente. La relación entre las características de los componentes y el rendimiento del sistema puede explorarse utilizando un diseño de experimento.

La mayoría los mecanismos de falla pueden rastrearse hasta los procesos de degradación subyacentes (por ejemplo, desgaste, corrosión bajo tensión, choques, grietas, fatiga, etc.), para los cuales pueden existir modelos (Jerry Lawles, 2004). Existen tres tipos generales de curvas de degradación en unidades arbitrarias de degradación y tiempo: lineal, convexa, cóncava. La línea horizontal es el nivel de degradación (o nivel aproximado), al cual puede considerarse que una componente falla (Ver figura 2.5).

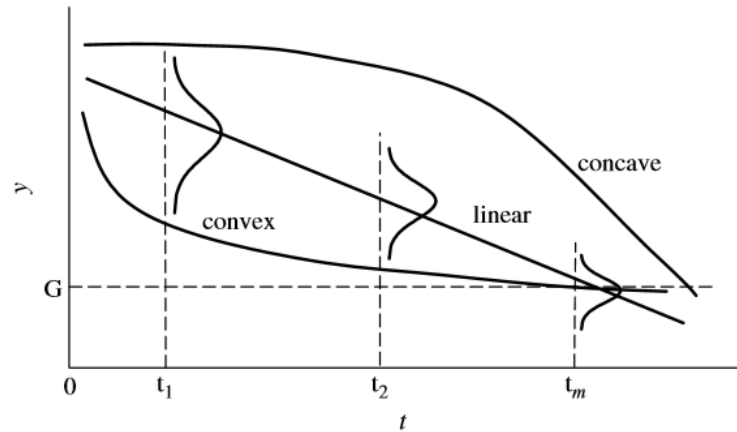


Figura 2.5. Tres curvas de degradación (Yang G. , 2007).

La trayectoria real de degradación de una unidad particular sobre el tiempo se presenta el caso de una degradación univariada con un conjunto continuo de posibles resultados. Un primer enfoque para modelar este tipo de deterioro se basa en el supuesto de que la degradación es un fenómeno monótono y determinista, pero que existe una variabilidad de unidad a unidad, que se puede traducir a través de algunos coeficientes aleatorios. Más específicamente, la suposición es que la degradación  $X_{ij}$  de la unidad  $i$  en el momento  $t_{ij}$  está dada por:

$$X_{ij} = D(t_{ij}, \beta_{1i}, \dots, \beta_{ki}) + \epsilon_{ij}, i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{1, \dots, m_i\} \quad (2.1)$$

Donde  $D$  es una función determinista,  $\epsilon_{ij}$  es gaussiano distribuido con media 0 y varianza  $\sigma^2$ , y  $\beta_{1i}$  son parámetros aleatorios. El modelo se denomina modelo de ruta de degradación, La escala de  $\beta_{1i}$  de una unidad a otra (algunas de ellas) puede ser común en todas las unidades. En un modelo de ruta de degradación, dada la realización de los  $\beta_{1i}$  para un elemento específico, toda la aleatoriedad está contenida

en los  $ij$ , que pueden verse como errores de medición. Estos modelos son útiles cuando hay disponible una descripción determinista de la degradación, basada en consideraciones mecánicas o físicas. Cuando no es el caso, se requieren otros modelos (Nan Chen, 2014).

En ingeniería de confiabilidad, los procesos de degradación han sido ampliamente estudiados y diferentes modelos de degradación han sido desarrollados. A continuación, se exponen modelos de degradación aplicados:

- Lu (Jye-Chyi Lu, Statistical Inference of a Time-to-Failure Distribution Derived From Linear Degradation Data, 2013) han combinado coeficientes de regresión aleatoria y Una función de desviación estándar para analizar la degradación lineal datos para la inferencia estadística de una distribución de tiempo hasta el fallo.
- Lu y Meeker (Joseph Lu, 2013) han desarrollado métodos utilizando la degradación. medidas para estimar una distribución de tiempo de falla para una amplia clase de modelos de degradación y demostró algunos especiales casos para los que es posible obtener expresiones de forma cerrada de las distribuciones.
- Yang y Yang (Kai Yang, 1998) han estimado los parámetros de las distribuciones de por vida utilizando un enfoque basado en coeficientes aleatorios que utiliza las vidas de fallidos dispositivos, combinados con información de degradación del funcionamiento dispositivos.

Para los modelos estocásticos:

- Whitmore (G.A., 1995) ha estimado el proceso de degradación por un proceso de difusión Wiener sujeto a errores de medición debidos a instrumentos, procedimientos imperfectos, y ambientes.
- Lawless y Crowder (Jerry Lawles, 2004) han construido Un modelo de proceso Gamma manejable que incorpora un efecto aleatorio para tener en cuenta las diferentes tasas de degradación de los componentes individuales.
- Chen y col. (Nan Chen, 2014) han empleado el proceso gaussiano inverso con modo de deriva aleatorio, en el que las desviaciones aleatorias se usan para representar heterogeneidades comúnmente observado en toda la población de productos. Tenga en cuenta que los modelos de degradación antes mencionados siempre se basan en suficientes datos de degradación / falla.

### **2.3.2 Procesos estocásticos**

Las variables o los vectores aleatorios son adecuados para describir los resultados de experimentos aleatorios que asumen valores escalares o vectoriales en un ensayo dado. Sin embargo, en muchas aplicaciones físicas, los resultados de un experimento aleatorio están representados por funciones que dependen de un parámetro. Luego, estos resultados se describen mediante una función aleatoria  $X(t)$ , donde  $t$  es un parámetro que asume valores en un conjunto de referencia  $T$ .

En la teoría de probabilidad con enfoque axiomático originalmente descrita por Kolmogorov un proceso estocástico o aleatorio es un objeto matemático generalmente definido como una familia de variables aleatorias. Este está dado por

un conjunto de índices  $I$ , un proceso estocástico indexado por  $I$  es una colección de variables aleatorias  $\{X_t: t \in I\}$  en un espacio de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  tomar valores en un conjunto  $S$ . El conjunto  $S$  se denomina espacio de estado del proceso. En lo anterior, uno puede tomar, respectivamente: (i)  $I = \mathbb{Z}, S = \mathbb{R}$ ; (ii)  $I = [0, \infty), S = \mathbb{Z}$ ; (iii)  $I = \mathbb{R}^3, S = \mathbb{R}^3$ . Los procesos estocásticos indexados por un conjunto unidimensional de números reales (por ejemplo, tiempo). Aquí el orden natural de los números coincide con el sentido de evolución del proceso. Este orden se pierde para procesos estocásticos indexados por un multidimensional parámetro; tales procesos generalmente se denominan campos aleatorios. El estado el espacio  $S$  a menudo será un conjunto de números reales, finitos, contables, (es decir, discretos) o incontable. Sin embargo, también permitimos la posibilidad de valores vectoriales variables. Por conveniencia en la notación, el conjunto de índices a menudo se suprime cuando el contexto lo deja claro. En particular, a menudo escribimos  $\{X_t, t \geq 0\}$  en lugar de  $\{X_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$  y  $\{X_t, t > 0\}$ . (Rabi N. Bhattacharya, 2009).

Históricamente, las variables aleatorias estaban asociadas por un conjunto de números, generalmente vistos como puntos en el tiempo, dando la interpretación de un proceso estocástico que representa valores numéricos de algún sistema que cambia aleatoriamente con el tiempo. Los procesos estocásticos se utilizan ampliamente como modelos matemáticos de sistemas y fenómenos que parecen variar de manera aleatoria. Las aplicaciones y el estudio de los fenómenos han inspirado a su vez la propuesta de nuevos procesos estocásticos. Ejemplos de tales procesos estocásticos incluyen el proceso de Wiener o el proceso de movimiento

browniano, utilizado por Louis Bachelier para estudiar los cambios de precios en la Bolsa de París, (Robert Jarrow, 2004) y el proceso de Poisson, utilizado por AK Erlang para estudiar la cantidad de llamadas telefónicas que ocurren en un cierto período de tiempo. (Stirzaker, 2000). Estos dos procesos estocásticos se consideran los más importantes y centrales en la teoría de los procesos estocásticos.

Según sus propiedades matemáticas, los procesos estocásticos se pueden dividir en varias categorías, que incluyen caminatas aleatorias, (Gregory F. Lawler) martingales, (Williams, 1991) procesos de Markov, (Williams, Probability with Martingales, 1991) procesos de Lévy, (Applebaum, 2004) procesos de Gauss, (Lifshits, 2012) campos aleatorios, (Adler, 2010) procesos de renovación y procesos de ramificación. (Karlin & Taylor, 2012).

Un enfoque para modelar el deterioro (con rango continuo) se basa en el uso de procesos específicos de Lévy y en algunas de sus extensiones. Este enfoque parece datarse de mediados de la década de 1970 (Noortwijk, 2007). Los procesos de Lévy más clásicos utilizados para modelar el deterioro son los procesos Wiener y gamma, tomando en cuenta que estos dos procesos a menudo se usan en sus versiones no homogéneas, que ya no son Lévy sino extensiones directas.

Abdel-Hameed fue el primero en considerar el proceso gamma como un modelo de desgaste en 1975 (Abdel-Hameed., 1975). Çinlar y los coautores justifican su uso para extrapolar la fluencia del hormigón en 1977, basándose en consideraciones físicas y en las propiedades matemáticas del proceso. Desde una perspectiva aplicada, el proceso gamma es muy adecuado para modelar un deterioro no decreciente, que se acumula con el tiempo a través de muchos pequeños

incrementos. De hecho, es un proceso de salto puro con un número infinito de saltos en cualquier intervalo de tiempo finito. Por el contrario, un proceso de Wiener modela un deterioro continuo con una tendencia creciente pero una trayectoria no monótona. Parece que el uso del proceso de Wiener para el modelado del deterioro comenzó alrededor de la década de 1990 (Kjell A. Doksum, 1992).

### **2.3.3 Proceso Wiener**

El movimiento browniano es un proceso de enorme importancia práctica y teórica. Se originó como modelo del fenómeno observado por Robert Brown en 1828 que los granos de polen suspendidos en el agua realizan un movimiento de agitación continuo, este fenómeno fue explicado por Albert Einstein en 1905 en términos de cinemático molecular. En el siglo XX, se descubrió la utilidad de dicho instrumento matemático en múltiples campos; en particular en el campo de las Finanzas, en el que se utilizó el Movimiento Browniano para la modelización del comportamiento de los precios de activos bursátiles. Bachelier (1900) hizo uso de estas en su tesis doctoral titulada “La Teoría de la Especulación” para modelizar ciertos activos financieros en el mercado de valores. Después, fue Norbert Wiener quien consiguió formalizar matemáticamente el concepto de Movimiento Browniano y de ahí que, en ocasiones, se le denomine también proceso de Wiener (estándar).

El proceso de Wiener es un proceso no monótono, lo que significa que puede tener algunos incrementos negativos. Se basa en el supuesto de una acumulación aditiva de degradación con intensidad de desgaste lineal. Con respecto a cada

incremento de degradación como una superposición aditiva de un gran número de pequeños efectos, se puede suponer que el proceso de degradación se distribuye normalmente. (Waltraud Kahle, 2016). El proceso de Wiener estándar se denotará por:  $\{B(t); \geq 0 \omega \in \Omega\}$  o brevemente por  $\{B(t); t \geq 0\}$ , aunque también se utiliza indistintamente la notación:  $\{W(t); t \geq 0\}$ .

El proceso de Markov en tiempo continuo con aumentos independientes, como el movimiento browniano con deriva, también se denomina proceso gaussiano o Wiener. Es un proceso estocástico de tiempo continuo con el parámetro de deriva  $\mu$  y el parámetro de varianza  $\sigma$ . Movimiento browniano con deriva lineal  $Y(t)$  posee las siguientes propiedades

1. Condición inicial  $Y(0) = x$ , el proceso comienza en  $x$ .
2. Independencia de incrementos, para cualquier  $s_1 \leq t_1 \leq s_2 \leq t_2 \leq \dots \leq s_n \leq t_n$ , las variables aleatorias  $Y_{t_1} - Y_{s_1}, \dots, Y_{t_n} - Y_{s_n}$  son independientes.
3. Incrementos normales para cualquier  $s < t$ , la variable aleatoria  $Y_t - Y_s$  tiene una distribución normal con media  $(t - s)\mu$  y varianza  $(t - s)\sigma^2$ . Si se hace  $s = 0$ , entonces  $X(t) - X(0)$  tiene una distribución  $N(\mu t, \sigma^2 t)$ .
4. Continuidad de caminos  $Y(t), t \geq 0$  son funciones continuas de  $t$ .

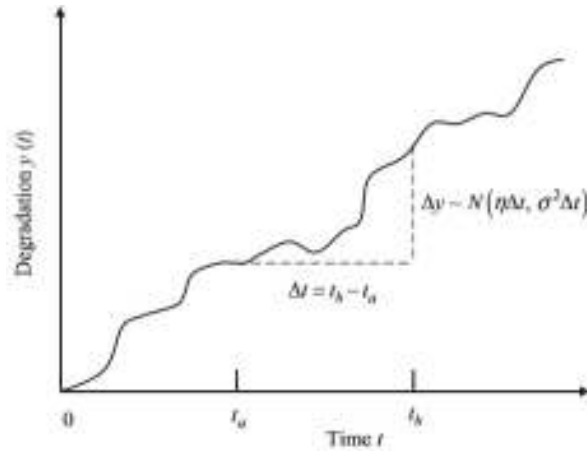


Figura 2.6 Ruta de muestra representativa de un proceso Wiener con deriva  $\eta$  y constante de difusión  $\sigma^2$  (Bong-JinYum, 2009, p. 311).

El modelo de movimiento browniano tiene un efecto aditivo en el proceso de degradación y se puede expresar de la siguiente manera:

$$dy(t) = \mu dt + \sigma dx(t) \quad (2.2)$$

Donde la condición inicial  $Y(0) = x$ , y describe la trayectoria de un movimiento browniano con media  $\mu t$  y varianza  $\sigma^2 t$ . Por lo tanto, también puede ser expresado

$$Y(t) = x + \mu t + X(t) \quad (2.3)$$

Donde  $X(t)$  es un movimiento browniano de deriva cero con una varianza  $\sigma^2$  que comienza en 0. El movimiento  $Y(t)$  consiste en un movimiento lineal en la dirección  $\mu$  con fluctuaciones aleatorias relacionadas con  $\sigma$ . Considerando que  $Y(t)$  es una medición de degradación, se considera que esta sigue una distribución normal

$$p_t(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} e^{-\frac{|y-x-\mu t|^2}{2\sigma^2 t}} \quad (2.4)$$

Al considerar también un DT donde se obtienen mediciones de degradación  $Y(t)$  de la unidad  $i$ -ésima en el tiempo correspondiente  $t_j$ . De acuerdo con la propiedad independiente del proceso de Wiener, y  $\Delta X(t) = X(t) - X(t(j - 1))$ ,  $t_0 = 0$ ,  $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}$ , para  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ . Así, es posible obtener variables aleatorias independientes  $\Delta X(t) \sim G(\mu \Delta t_j, \sigma \sqrt{\Delta t_j})$ , con el siguiente PDF y CDF

$$f_w(\Delta X_i(t_j)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta t_j}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\Delta X_i(t_j) - \mu\Delta t_j)}{2\sigma^2\Delta t_j}\right\} \quad (2.5)$$

$$F(\Delta X_i(t_j)) = \Phi\left\{\frac{\Delta X_i(t_j) - \mu\Delta t_j}{\sigma\sqrt{\Delta t_j}}\right\} \quad (2.6)$$

Con este modelo la predicción útil de por vida se puede definir como:

$$PDF_{t_j} = \inf\{h_{t_j}: Y(t_i + h_{t_j}) \geq L | Y(t_i) < L\} \quad (2.7)$$

El momento de una falla causada por la degradación es el momento en que la ruta de degradación alcanza un nivel crítico  $\omega$ . Así, la vida útil se define como  $T_\omega = \inf\{Z(t) \geq \omega\}$ . Es bien sabido que  $T_\omega$  sigue una distribución IG, con una función de confiabilidad definida como:

$$P(X(t) < \omega) = 1 - \Phi\left[\sqrt{\frac{1}{\sigma^2 t}}(\mu t - \omega)\right] + \exp\left\{\frac{2\mu\omega}{\sigma^2}\right\} \quad (2.8)$$

$$\times \Phi\left[\sqrt{\frac{1}{\sigma^2 t}}(\mu t + \omega)\right] \quad (2.9)$$

Se han realizado mejoras para la aplicación del modelo de movimiento browniano tanto en ingeniería de confiabilidad en relación con la estimación de la vida útil. Por ejemplo, Tseng y Peng (2004) (Tseng, 2004) remedia la debilidad de la

propiedad de Markov en el proceso Wiener y propone un proceso Wiener integrado para modelar la ruta de degradación acumulativa de la característica de calidad del producto. Peng y Tseng (Peng, 2009) (2009) incorporan el efecto aleatorio de un coeficiente de deriva y errores de medición en un proceso de degradación basado en el proceso Wiener para el análisis de toda la vida.

#### **2.4 Pruebas de degradación acelerada con estrés escalonado**

Las pruebas aceleradas consisten en pruebas de alto estrés que acortan la vida útil del producto o aceleran la degradación del rendimiento del producto. Aquí "estrés" se usa en un sentido general para referirse a cualquier variable de aceleración. El propósito habitual de tales pruebas de sobreesfuerzo es estimar la vida o degradación del producto a niveles de estrés más bajos encontrados en el uso normal. Esto se realiza ajustando estadísticamente un modelo de aceleración a los datos de prueba y extrapolando el modelo ajustado para estimar la vida o degradación del producto a un nivel de estrés normal. Probados bajo niveles normales de estrés de uso, estos productos duran tanto o se degradan tan poco que no se puede estimar su vida o rendimiento. Las pruebas aceleradas producen tales estimaciones en un tiempo mucho más corto. En este artículo, el propósito de las pruebas aceleradas es medir la confiabilidad o degradación del producto. Nelson, Meeker y Escobar presentan en detalle muchos modelos, metodologías estadísticas y aplicaciones de pruebas aceleradas. Un propósito completamente diferente de las pruebas aceleradas es obligar al producto a no descubrir modos de falla que ocurrirían en el uso real. Luego

se mejora el producto o proceso para reducir esos modos de falla. Dichas pruebas se utilizan durante el desarrollo del producto o la depuración del proceso de producción.

Debido a la intensa competencia en el mercado y la fuerte presión de los consumidores, la mayoría de los productos manufacturados de hoy son altamente confiables. Estos productos tienen una vida útil más larga y una mayor confiabilidad que en el pasado. Por lo tanto, las mediciones de vida útil y de degradación toman mucho más tiempo del que solían. Por lo tanto, es difícil observar tiempos de falla, o incluso mediciones de degradación, en condiciones normales de operación. Incluso al usar procedimientos que incorporan técnicas de censura y aceleración, la información obtenida sobre la distribución de por vida es aún muy limitada. En esta situación, un enfoque alternativo es recopilar la información de degradación a niveles más altos de estrés para predecir la vida útil de un producto a un cierto nivel de estrés de uso. Tal experimento se llama prueba de degradación acelerada (PDA). Muchos autores han estudiado modelos de degradación acelerada, incluidos Carey y Koenig (1991) (Michkle Boulanger Carey, 1991), Tang y Chang (1995) (Loon Ching Tang, 1995), Shiau y Lin (1999) (Horng Shiau, 1999) y Padgett y Tomlinson (2004) (W. J. Padgett, 2004). En particular, Park y Padgett (2005) extendieron los modelos de degradación acelerada a una clase muy general de modelos que incluían modelos de proceso gaussianos, modelos de movimiento geométricos brownianos y modelos de proceso gamma, y describieron los modelos de degradación estocástica con varias variables de aceleración.

Aunque PDA es un método de prueba de vida eficiente, generalmente es muy costoso llevarlo a cabo. Obviamente, para un producto recientemente desarrollado o

un producto costoso, es muy difícil tener suficientes unidades de prueba disponibles para fines de prueba. Bajo estas circunstancias, un PDA de estrés constante no es aplicable. Para manejar este problema, se ha propuesto pruebas de degradación acelerada con estrés escalonado. En una prueba de vida acelerada con esfuerzo paso a paso, un lote de especímenes se somete sucesivamente a esfuerzos de niveles crecientes como se observa en la figura 2.7.

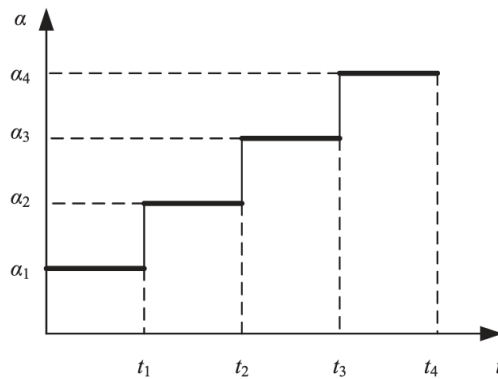


Figura 2.7 Ilustración de la prueba de degradación acelerada por estrés escalonado (Wang, 2017).

Tseng y Wen propusieron un modelo aproximado para describir la ruta de degradación de los productos LED (Tseng y Wen, 2000). Luego, al usar el modelo de exposición acumulativa y un modelo de regresión cuasi lineal, derivaron la ruta de degradación de la SSADT de un producto LED y descubrieron que la distribución correspondiente de la vida útil del producto puede ajustarse adecuadamente mediante una distribución logarítmica normal. Park y Yum (2001) (Yum, 2010) desarrollaron planes óptimos de PDA bajo carga de estrés escalonada bajo los supuestos de pruebas destructivas, una tasa constante simple entre el estrés y el rendimiento de una unidad, y un modelo de exposición acumulativa para el efecto del

cambio niveles de estrés. Tang discutió la planificación óptima de una PDA con estrés escalonado simple, y present0 una formulación que minimizó el costo de la prueba al tiempo que lograba un nivel requerido de precisión de las estimaciones, a partir del cual se puede determinar el tamaño óptimo de la muestra, el número de inspecciones con menor esfuerzo y el número total de inspecciones de toda la prueba (LC Tang, 2004). Liao y Tseng utilizaron un proceso Wiener para modelar un problema típico de PDA con estrés escalonado (Chen-Mao Liao, 2006). Luego, bajo la restricción de que el costo experimental total no excede un presupuesto predeterminado, se obtuvieron las configuraciones óptimas de un PDA con estrés escalonado minimizando la varianza asintótica del percentil 100 de la distribución de vida útil del producto. Derivaron los planes de prueba óptimos para el tamaño de la muestra, la frecuencia de medición y el tiempo de finalización. En este documento, se considera un modelo PDA con estrés escalonado de múltiples pasos. En el experimento, los niveles de estrés se elevan cuando el valor de degradación cruza valores pre especificados, por lo que los puntos temporales de elevar los niveles de estrés varían de un producto a otro. La ruta de degradación se puede modelar utilizando un proceso estocástico, como un proceso Wiener.

## **2.5 Relación vida estrés de Arrhenius**

El propósito principal de una PVA cuantitativa es estimar la distribución de la vida en una condición de uso. Esto se puede lograr extrapolando los datos de vida obtenidos a niveles de estrés elevados. Para hacer esto, se necesita un modelo que relacione la vida con el estrés acelerado, como la temperatura, la humedad y el voltaje. Dichos

modelos, generalmente llamados modelos de aceleración, se pueden clasificar en los siguientes tres tipos (Yang G. , 2007):

1. Modelos físicos. En algunas situaciones, se comprende bien cómo un material o componente responde a las tensiones aplicadas a nivel micro y cómo se desarrolla un proceso de falla con el tiempo bajo tensión. Equipados con el conocimiento, se utilizan modelos establecidos que relacionan la vida con las tensiones aplicadas.
2. Modelos cuasi físicos. Este tipo de modelo no se basa directamente en mecanismos de falla específicos que gobiernan el proceso de falla en cuestión. Sin embargo, dicho modelo tiene raíces en teorías físicas o químicas conocidas, o se basa en mecanismos de falla a nivel macro. Los modelos de aceleración más utilizados, como la relación de Arrhenius, pertenecen a este tipo.
3. Modelos empíricos. En muchas situaciones, se tiene poco conocimiento de las reacciones físicas o químicas que tienen lugar en un material o componente bajo las tensiones aplicadas. Sin comprender los mecanismos de falla, es imposible desarrollar un modelo físico. En cambio, se ajustan modelos empíricos a datos experimentales mediante el uso de métodos de regresión lineal o no lineal.

El estrés térmico es la causa de muchas fallas. Para estructuras mecánicas que incluyen paquetes electrónicos e interconexiones, el estrés térmico debido a la expansión y contracción térmica puede provocar grietas, fatiga, fluencia y deformación excesiva. La alta temperatura también es un estrés notorio que

contribuye a la falla de los componentes electrónicos en varios modos, como la corriente de fuga excesiva y la salida degradada. El aumento de la temperatura reduce significativamente la vida útil de un producto de acuerdo con la relación de Arrhenius, por lo que es importante determinar la distribución de temperatura en un producto sensible a la temperatura y evaluar sus efectos sobre la seguridad y confiabilidad del producto.

La relación de Arrhenius ha sido ampliamente utilizada durante décadas. Algunas aplicaciones recientes se encuentran en, por ejemplo, dispositivos médicos (Jiang, 2003), celdas de iones de litio (Broussely, 2001), y sistemas de aislamiento de motores (Oraee, 2000).

La relación de Arrhenius modela el efecto de la temperatura sobre la velocidad de una reacción química de primer orden y puede escribirse como:

$$v = A_0 \exp\left(-\frac{E_a}{kT}\right) \quad (2.10)$$

Donde  $v$  es la velocidad de reacción química en moles por segundo,  $E_a$  la energía de activación en electronvoltios (eV),  $k$  es la constante de Boltzmann ( $k = 8.6171 \times 10^{-5}$  eV / °C), ( $k = \frac{8.6171 \times 10^{-5} \text{ eV}}{^\circ\text{C}}$ )  $T$  la temperatura absoluta (la temperatura Celsius más 273,15 grados), y  $A_0$  es una constante relacionada con las características del material. La velocidad de reacción química es la cantidad de reactivo reaccionado por unidad de tiempo. Suponga que ocurre una falla cuando se alcanza una cantidad crítica (en moles) de reactivo reaccionado. Entonces, el tiempo para alcanzar la cantidad crítica es el tiempo de falla. Como el tiempo de falla es proporcional al recíproco de la velocidad de reacción, se puede escribir como

$$L = A \exp\left(\frac{E_a}{kT}\right) \quad (2.11)$$

Donde L es la vida y A es una constante que depende de las propiedades del material, los criterios de falla, el diseño del producto y otros factores. La ecuación X arriba se llama la relación de vida de Arrhenius. La vida aquí es la vida nominal, y puede representar un percentil de vida. Por ejemplo, puede ser la vida media de las distribuciones log normal y normal, la vida característica de la distribución de Weibull y la vida media de la distribución exponencial.

## 2.6 Método de máxima verosimilitud

Existen diferentes procedimientos para estimar los coeficientes de un modelo de regresión, o para estimar los parámetros de una distribución de probabilidad. De entre esos procedimientos probablemente el más versátil, ya que se puede aplicarse en gran cantidad de situaciones, y por ello uno de los más empleados se conoce con el nombre de método de máxima verosimilitud (MLE). Se considera que el método de máxima verosimilitud, como se le conoce hoy en día fue propuesto por Fisher en 1921 para distinguir el método de máxima verosimilitud del argumento bayesiano o de probabilidad inversa, aunque fue inicialmente observado por Bernoulli, cuyo planteamiento fue revisado y modificado por su contemporáneo matemático Euler.

MLE tiene muchas propiedades óptimas en la estimación (Myung, 2002):

- Suficiencia (información completa sobre el parámetro de interés contenido en su estimador MLE).

- Consistencia (valor de parámetro verdadero que generó los datos recuperados asintóticamente, es decir, para datos de muestras suficientemente grandes).
- Eficiencia (la varianza más baja posible de las estimaciones de parámetros logradas asintóticamente); e invariancia de parametrización (la misma solución MLE obtenida independientemente de la parametrización utilizada).

Fisher (1922) introdujo la probabilidad en el contexto de la estimación a través del método de máxima probabilidad, pero en sus últimos años no la consideró simplemente un dispositivo para producir estimaciones de parámetros. La probabilidad es una herramienta para un razonamiento objetivo con datos, especialmente para tratar la incertidumbre debido a la limitada cantidad de información contenida en los datos. Es toda la función de probabilidad la que captura toda la información en los datos sobre un determinado parámetro, no solo su maximizador. El papel obvio de la estimación de máxima verosimilitud (EMV) es proporcionar una estimación puntual para un parámetro de interés. El propósito de tener una estimación puntual está determinado por el área de aplicación. En los casos en que un parámetro modelo tiene un significado físico, es razonable preguntar cuál es la mejor estimación dada por los datos, la incertidumbre es en cierto modo una molestia, no parte de la cuestión científica. El EMV suele ser una respuesta sensata. Otro papel importante es simplificar una probabilidad multiparamétrica a través de una probabilidad de perfil. Los parámetros se reemplazan por los EMV. Se debe contemplar el EMV como un dispositivo para simplificar la presentación de la función de probabilidad, especialmente en una situación de análisis de datos reales, un número es mucho más simple que una función (Pawitan, 2001).

El propósito de la función de verosimilitud es transmitir información sobre cantidades desconocidas. La información está incompleta, y la función expresará el grado de incompletitud. Las cantidades desconocidas en problemas estadísticos pueden ser parámetros fijos, con el problema de estimación asociado, o valores aleatorios no observados. En un problema de predicción real, las dos incógnitas se pueden mezclar fácilmente. El modo estándar del pensamiento matemático deductivo: dado un modelo probabilístico y valores de parámetros, se deriva una descripción de los datos. En un modo deductivo, se derivan las consecuencias de ciertos supuestos.

Para describirlo el método en general. La variable aleatoria  $X$  como función de densidad  $f(x; \theta)$ , donde  $x \in A = \text{sop}(X)$  y  $\theta \in \Theta$ . Se dispone de una muestra aleatoria  $(X_1, \dots, X_n)$  formada por clones de  $X$  independientes entre sí. A priori, la probabilidad, conocido  $\theta$ , de obtener una realización específica (potencial)  $(x_1, \dots, x_n)$  de  $(x_1, \dots, x_n)$  viene dada por:

$$L(\theta; x_1, \dots, x_n) = \prod_{j=1}^n f(x_j; \theta) \quad (2.12)$$

En la práctica (estadística) la situación es justo la contraria, se dispone de una muestra observada  $(x_1, \dots, x_n)$ , pero se desconoce  $\theta$ . El método de máxima verosimilitud consiste, para  $(x_1, \dots, x_n)$ , dado, en tomar como estimación de  $\theta$  al valor de  $\theta$ , dígase que  $\hat{\theta}$ , que hace máxima la expresión. Entiéndase que  $\hat{\theta}$  es el valor de  $\theta$  más verosímil dada la muestra observada  $(x_1, \dots, x_n)$ , es decir, el que asocia más probabilidad a la ocurrencia  $(x_1, \dots, x_n)$ .

La función de verosimilitud es un producto de unos cuantos o muchos factores, muchas veces números menores o iguales que 1. Si se pretende encontrar el máximo numéricamente, se tienen dificultades (computacionales) porque los valores de la función suelen ser extraordinariamente pequeños; y si se intenta un enfoque analítico, por ejemplo, derivando, será también aparatoso, pues hay que derivar productos. Por eso es habitual<sup>5</sup> considerar la función de log-verosimilitud, que no es más que el logaritmo de la anterior:

$$l(\theta; x_1, \dots, x_n) = \ln(\text{VERO}(\theta; x_1, \dots, x_n)) = \sum_{j=1}^n \ln f(x_j; \theta) \quad (2.13)$$

Si la función verosimilitud alcanza un máximo global en  $\hat{\theta} \in \Theta$ , entonces la función log-verosimilitud tiene también un máximo global en ese punto como se observa en

la figura 2.8.

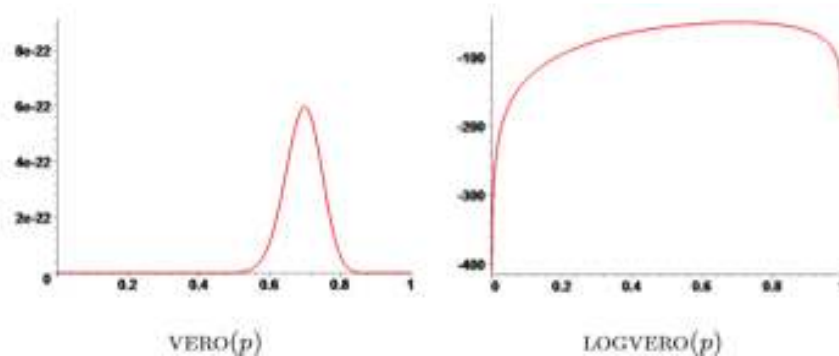


Figura 2.8 Gráfica de función de verosimilitud y log verosimilitud (Fernandez, 2017)

En ellas se representan la función de verosimilitud y su logaritmo para una muestra de tamaño  $n = 80$  procedente de una variable de Bernoulli  $\text{Ber}(p)$ . La muestra en sí (una lista de ceros y unos) contiene 56 unos. En ambos casos, el máximo se alcanza en el mismo valor, que resulta ser  $56/80$ . Pero mientras que los valores de la función

de verosimilitud son del orden de  $10^{-22}$ , los de su logaritmo son del orden de cientos negativos.

En la definición de la estimación del parámetro  $\theta$  por máxima verosimilitud subyace la hipótesis de que la función de verosimilitud de la muestra tiene un único máximo global. De manera que el primer paso en el análisis ha de ser la comprobación a priori de que efectivamente hay máximo global en el espacio de parámetros  $\Theta$ . Una vez hecho esto, el cálculo en sí de la estimación se puede obtener, en muchas ocasiones, analíticamente.

## 2.7 Método de Newton-Raphson

Es de gran importancia resolver ecuaciones de la forma  $f(x) = 0$ , en muchas aplicaciones en matemáticas, física, química y por supuesto en el cálculo de algunas constantes o funciones matemáticas importantes como raíces cuadradas. Alrededor de 1669, Isaac Newton (1643-1727) dio un nuevo algoritmo para resolver una ecuación polinómica y se ilustró en el ejemplo  $y^3 - 2y - 5 = 0$  (Newton, 1664-1671). En su método, Newton no usa explícitamente la noción de derivada y él solo lo aplica en ecuaciones polinómicas. Unos años más tarde, en 1690, Joseph Raphson (1678-1715) quien propuso un método que evitó las sustituciones del método de Newton (Raphson, 1690). Este ilustra su algoritmo en la ecuación  $x^3 - bx + c = 0$ , y comenzando con una aproximación de esta ecuación  $x \approx g$ , una mejor aproximación es dado por

$$x \approx g + \frac{c + g^3 - bg}{b - 3g^2} \quad (2.14)$$

Observe que el denominador de la fracción es lo opuesto a la derivada del numerador, este fue el comienzo histórico del muy importante algoritmo de Newton (o a veces llamado Newton-Raphson).

Hoy en día, el método de Newton es un proceso generalizado para encontrar una raíz precisa de un sistema (o una sola) ecuaciones  $f(x) = 0$ . Suponemos que  $f$  es una función  $C^2$  en un intervalo dado, y luego usamos la expansión de Taylor cerca de  $x$

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + O(h_2) \quad (2.15)$$

y si nos detenemos en el primer orden (linealización de la ecuación), estamos buscando una pequeña  $h$  como

$$f(x + h) = 0 \approx f(x) + hf'(x) \quad (2.16)$$

Dando

$$h = -\frac{f(x)}{f'(x)} \quad (2.17)$$

$$x + h = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (2.18)$$

El algoritmo iterativo

$$X_{i+1} = X_i - \left( \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \right) \quad (2.19)$$

Para resolver una ecuación algebraica no lineal,  $f(x) = 0$  generalmente se llama método de Newton. Ocasionalmente se conoce como el método de Newton-Raphson. El método y su extensión a la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, forma la base para la mayoría técnicas de uso frecuente para resolver ecuaciones algebraicas no lineales (Tjalling, 1995). Es un algoritmo para encontrar aproximaciones de los ceros o raíces de una función real. También puede ser usado para encontrar el máximo o mínimo de una función, encontrando los ceros de su primera derivada.

En la figura 2.9 es una interpretación geométrica de una única iteración de la fórmula del método de Newton. Desafortunadamente, esta iteración puede no converger o es inestable (a veces decimos caótica) en muchos casos.

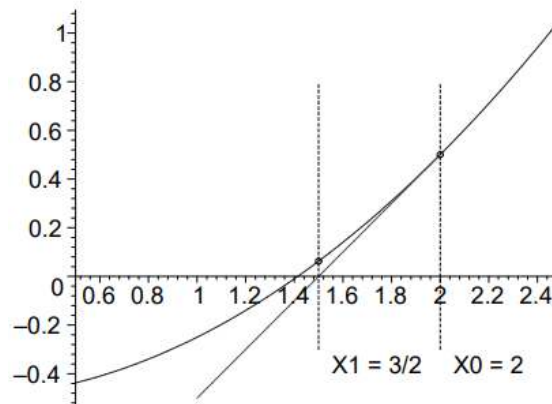


Figura 2.9 Una iteración del método de Newton (Sebah, 2001).

Para poder estimar los parámetros de una función multivariada, el método de Newton-Raphson considera el vector gradiente de la función escalar multivariable

$f(x, y, \dots)$ , denotado como  $\nabla f$  empaqueta toda la información de sus derivadas parciales en un vector:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Figura 2.10 Vector gradiente de una función escalar multivariable (Khan academy, n.d.).

Y a su vez también considera la matriz hessiana para la función multivariable  $f(x, y, z, \dots)$ , Se expresa como  $H(f)$  organiza todas las derivadas parciales de segundo orden en una matriz como se muestra:

$$\mathbf{H}f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} & \dots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} & \dots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Figura 2.11 Matriz hessiana de una función multivariable (Khan academy, n.d.).

## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

### 3.1 Materiales

Para llevar a cabo este trabajo se necesitan las siguientes herramientas:

- 10 motores IBC eléctricos sin escobillas como se muestra en la figura 3.1. A continuación, se enlistan las especificaciones básicas del motor:
  - Voltaje nominal: 12 V.
  - Corriente de fase máxima: 126A para funcionamiento normal.
  - Sobre corriente transitoria: 160 A durante aproximadamente 30 ms de duración.
  - Resistencia de fase nominal: 8.8 m $\Omega$  (mili ohms).
  - Resistencia de fase a fase nominal: 17.6 m $\Omega$  (mili ohms).
  - Inductancia de fase a fase nominal: Lq 87  $\mu$ H, Ld 95  $\mu$ H (micro henrios).
  - Fuerza contra electromotriz: Nominal 0.05625  $\pm$  0.00175 Vs/rad (Voltaje por segundo sobre radian)
  - Par de engranaje: 70 mNm (Mili newton metro)
  - Velocidad de operación: 6000 rpm (Revolución por minuto).
  - Torque constante: 0.048  $\pm$  0.002 mNm (Mili newton metro)



Figura 3.1 Motores IBC eléctricos sin escobillas para el estudio.

- Cámara ambiental marca Russells technical products modelo GD 32-3-3-WC con número serial: 08164719, ver figura 3.2, para someter los motores a los diferentes niveles de estrés con temperatura considerados en la prueba de degradación acelerada.



Figura 3.2 Cámara ambiental para el estudio.

- Probadora final de línea de producción de motores IBC para medir la fuerza contra electromotriz en los motores después de cada paso de estrés en la prueba de degradación acelerada. La probadora final es un sistema de prueba automatizado que contiene diversas estaciones que miden diversos parámetros del motor, en el caso particular del caso de estudio solo se toman las mediciones de la estación donde se mide el parámetro de interés antes mencionado ver figura 3.3.



Figura 3.3 Probadora final de línea de producción, estación de medición de fuerza contra electromotriz.

- Computadora para utilizar programas computacionales requeridos.
- Programa Excel para registro de datos.
- Programa estadístico R para el análisis del modelo estocástico y estimación de parámetros.

### 3.2 Método

En la figura 3.4 se presenta el diagrama de flujo para llevar a cabo la metodología de este proyecto.

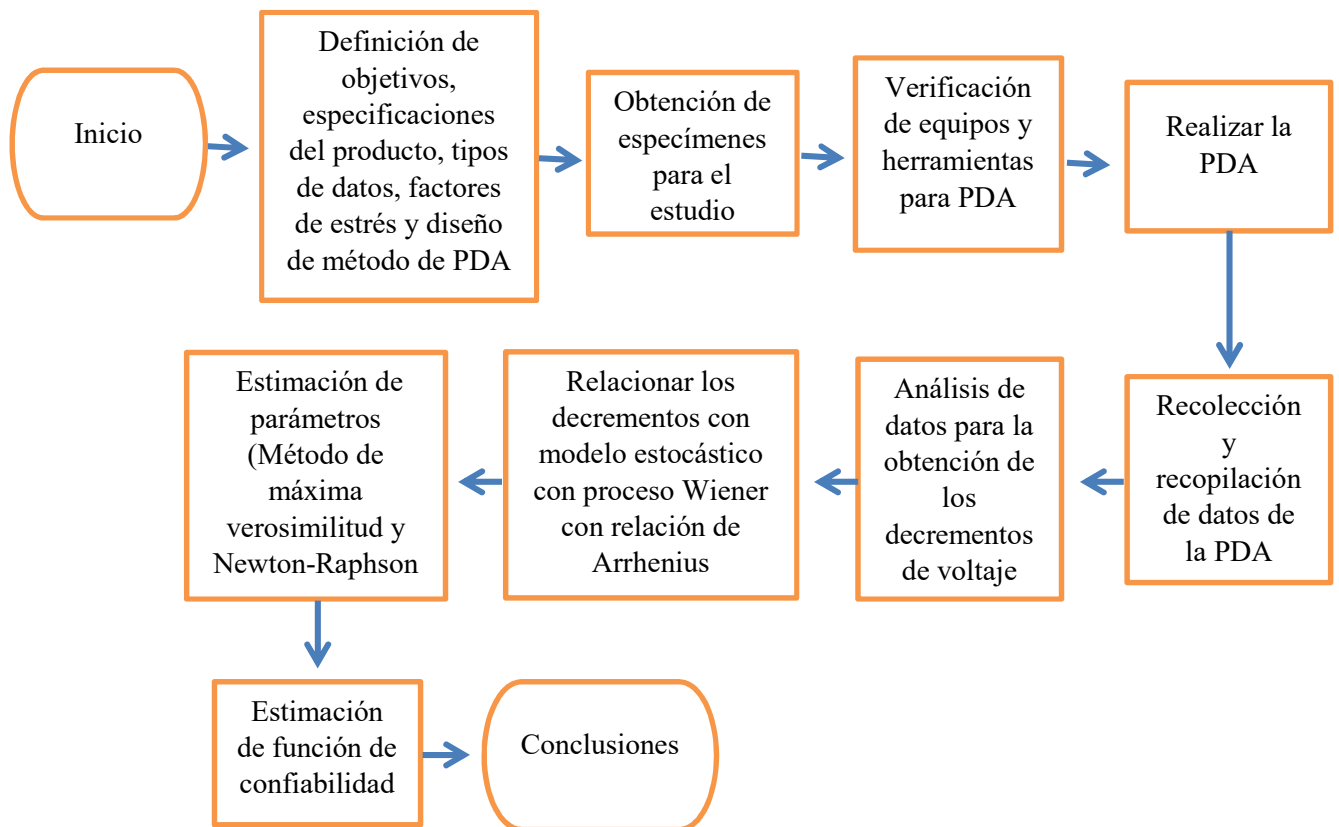


Figura 3.4 Diagrama de flujo de la metodología del proyecto.

1. El primer paso está relacionado directamente con el contexto de la empresa ya que el proyecto nace de una necesidad dentro de la misma, se deben de definir los objetivos de la empresa hacia con el cliente, analizar el cambio de ingeniería como sus beneficios e implicaciones dentro del diseño y los procesos, en relación con el producto y las pruebas que se lleven a cabo se analizan las

especificaciones, potenciales planes de prueba, factores de estrés, equipos e instrumentos a utilizar esto se logra a través de trabajo de ingeniería como lo es trabajo técnico, experimentaciones previas, lluvias de ideas en base a la experiencia del capital humano, juntas y planeaciones con los diversos departamentos, etc. El fruto de todos esto se ve reflejado y concretizado en un diseño de un plan de prueba de degradación acelerada con estrés escalonado.

2. Los departamentos de I&D, calidad y procesos trabajan en conjunto para construir los motores para el estudio tomando en cuenta la planeación acordada para el cambio de ingeniería a evaluar, se toma en cuenta las variantes, equipos, componentes, tiempos y tareas a realizar.
3. El laboratorio de pruebas se encarga de verificar las capacidades de los equipos que se emplearan para la experimentación, por ejemplo, se consideran la disponibilidad, calibración a fecha actual y las herramientas necesarias.
4. Se genera una instrucción de trabajo para el laboratorio donde se encuentran toda la información técnica relacionada al motor y la prueba, en este documento se enlistan las especificaciones y pasos a seguir de la experimentación. La prueba consiste en someter los motores a estrés de temperatura escalonado empezando con 120°C con incrementos de 10°C hasta llegar a 160°C, antes de cada paso de estrés se toma las mediciones de f<sub>cem</sub>. La prueba de degradación con estrés escalonado diseñado se describe a detalle en la sección 4.4.

5. Al finalizar la prueba se descargan los datos, se ordenan en un documento de Excel y se hace un análisis con gráficos para ver las trayectorias del proceso de degradación durante la prueba.
6. Contando con los decrementos e incrementos de los datos de degradación estos se relacionan con el proceso estocástico de Wiener para la modelación de la degradación. A continuación, se muestra la fórmula y parámetros del proceso Wiener:

$$f(\Delta x | \mu \Delta t, \sigma \sqrt{\Delta t}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma\sqrt{\Delta t_{i,j}}}} e^{-\frac{(\Delta x_{i,j} - \mu \Delta t_{i,j})^2}{2\sigma\sqrt{\Delta t_{i,j}}}} ; \theta = \{\mu, \sigma\} \quad (3.1)$$

Al obtener los datos por medio de la prueba de degradación acelerada, implica que a cada motor eléctrico se somete a una variable de aceleración a altos niveles de estrés en este caso las temperaturas altas hasta que se induzca a la falla por medio del proceso de degradación. En la ecuación [X] se describe a detalle la relación de Arrhenius que describe la relación de la vida como la función del estrés.

7. De manera analítica matemática se obtiene el valor de log-verosimilitud del modelo. La principal función de log-verosimilitud es inferir sobre los parámetros de una distribución que ha sido elegida para describir mejor un fenómeno aleatorio a partir de una muestra observada, por lo cual, se busca maximizar la log-

verosimilitud para poder estimar correctamente el modelo y los parámetros que maximicen la función de log verosimilitud. Cuando el análisis de datos presenta variabilidad, el conocimiento no es preciso y está sujeto a incertidumbre, el método de Newton-Raphson permite reducir lo más posible estos componentes y describirlos de forma adecuada.

8. Finalmente, se obtienen las distribuciones de primer paso y la estimación de la función de confiabilidad, la cual proporcionará una estimación de cuánto tiempo se requiere para que los valores de voltaje lleguen a su nivel crítico de falla y se compararan las confiabilidades de los dos grupos de motores y se determinara cual es mejor de ellos en base a su rendimiento.

## **CAPÍTULO 4. RESULTADOS**

### **4.1 Análisis de ingeniería y diseño de prueba de degradación**

En base a el contexto presente en la empresa con los proyectos VAVE y la propuesta de cambiar de proceso en la aplicación de dispropio como proyecto de ahorro de costos, se hizo un análisis de la propuesta con los departamentos de ingeniería de producto y de prueba en donde se consideraron las implicaciones del cambio de ingeniería propuesto descrito en el capítulo 1 en la descripción del problema en función de las variables que impactan al motor desde la perspectiva del diseño, manufactura, calidad, funcionamiento, posibles efectos en el rendimiento y factores de seguridad del producto. Uno de los factores más importantes de este análisis fue la de seguridad ya que influye directamente en cómo funciona el motor, por lo que se requirió planear un diseño de experimentos para comprobar que el cambio no afecta el rendimiento del producto.

Con la experiencia del personal del departamento de I&D y el conocimiento de ingeniería teórico-práctico con la que cuenta la empresa se concluyó que la prueba más adecuada para evaluar la característica de calidad de interés, en este caso la fuerza de campo magnético de los imanes es la prueba de desmagnetización, la cual es una prueba del plan de validación que evalúa que los imanes de los motores no pierdan fuerza magnética a través de la medición de fuerza contra electromotriz. La  $f_{cem}$  es un parámetro de los motores sin escobillas que está íntimamente relacionado con la fuerza magnética de los imanes por el efecto de voltaje inducido, el nivel de voltaje es directamente proporcional a la fuerza de los imanes, por lo que, si se

degrada el valor del voltaje al finalizar la prueba los imanes pierden fuerza, es decir, se degrada su rendimiento. La prueba de desmagnetización consiste en someter el motor a una temperatura de 120°C por un tiempo de dos horas evaluando el valor de  $f_{cem}$  inicial contra el final, considerando como criterio de aceptación un cambio de valor en porcentaje menor o igual al de 3%. Tomando como base esta prueba de diseño la experimentación se propuso una prueba de degradación acelerada con estrés escalonado, por lo que posterior a la temperatura de 120°C se agregaron incrementos de 10°C hasta llegar a una temperatura máxima de 160°C, más adelante en la sección 4.4 se describe el proceso paso a paso de la prueba de degradación.

## **4.2 Obtención de especímenes**

Como se quiere evaluar el rendimiento de los motores con el nuevo cambio de ingeniería, se decidió tomar como referencia los motores de producción actual ya que estos están validados y en producción. Por lo que se cuenta con dos grupos de motores, el primero de ellos son motores de producción actual y el segundo grupo son motores prototipo con el cambio de ingeniería propuestos (Construidos con imanes permanentes con platinado de disprosio). La diferencia radica en que los motores de producción actual contienen imanes con una gran cantidad disprosio homogeneizado en la mezcla del imán, a su diferencia del grupo dos, donde, la cantidad de disprosio es mínima y es agregado en la superficie del imán como platinado. El primer grupo de motores los proveyó el ingeniero de producto con ayuda del departamento de calidad el cual consigue las muestras de producción actual. Para

el segundo grupo de motores con imanes con diferente proceso de fabricación se siguieron los siguientes pasos:

- a. El ingeniero de producto se encargó de obtener las muestras de imanes con platinado de disprosio con el proveedor ya sea comprándolas o de cortesía. Se obtuvieron 50 imanes con los que se pueden construir 5 motores ya que cada rotor requiere 10 imanes.
- b. Con los imanes muestra construir y ensamblar los rotores prototipo con las estaciones correspondientes en la línea de producción de manera extraoficial a la producción de motores, esto se lleva a cabo con el soporte del departamento de ingeniería de procesos.
- c. Se sigue el mismo proceso que b con los rotores prototipo para ser ensamblados en los sub-ensambles restantes del motor para obtener el motor completo.
- d. Una vez que se cuentan con todos los motores para el estudio, el ingeniero de producto genera una requisición de trabajo al departamento de validaciones para oficializar el trabajo y ponerlo en marcha, este documento contiene las instrucciones, especificación y requisiciones de la prueba. Cuando se aprueba la documentación necesaria se entregan los motores al laboratorio de prueba para proceder con lo requerido.

### **4.3 Verificación de equipos y herramientas para prueba**

El laboratorio de prueba recibió los motores, se identificaron los motores con un número de serie de prueba, se estudió y analizó el método de prueba en base a los

requerimientos plasmados en la instrucción de trabajo. Se verificaron los equipos los equipos a utilizar, se consideran la disponibilidad, calibración a fecha actual y las herramientas necesarias para operarlos.

#### **4.4 Ejecución de prueba**

La prueba de degradación acelerada con estrés escalonado se llevó a cabo de la siguiente manera:

- a) Se tomó la medición inicial de fuerza contra electromotriz ( $f_{cem}$ ) de cada motor en las probadoras de final de línea de producción. El método de prueba de  $f_{cem}$  consiste en someter al motor a una velocidad constante de 1000 rpm, cuando el motor se encuentra en operación a dichas condiciones el instrumento de medición del sistema toma las mediciones de voltaje generado. El instrumento de medición toma las mediciones del motor de fase a fase (Físicamente las terminales eléctricas) del motor, esto quiere decir que toma tres mediciones:
  1. De fase U a V (UV)
  2. De fase V a W (VW)
  3. De fase W a U (WU)
- b) Los motores se sometieron a un tiempo de dos horas a una temperatura alta de 120°C en una cámara ambiental como se muestra en la figura 4.1.



Figura 4.1 Preparación de la exposición de los motores a temperaturas altas en cámara ambiental.

- c) Los motores se dejaron enfriar hasta que alcanzaron temperatura ambiente para volver a tomar la medición de la  $f_{cm}$  al finalizar la prueba.
- d) Los datos de prueba se bajaron de una base de datos de las líneas de producción, después de cada ciclo de temperatura se recolectan los datos.
- e) En base al porcentaje de cambio de los datos de prueba, tomando el valor inicial en contra del final se determinó si el motor sufrió una desmagnetización permitida en base a la especificación que es un cambio hasta del 3%.

f) Se repitió el proceso desde el paso a) con incrementos de 10°C hasta llegar a la última temperatura de exposición a 160°C. En la figura 4.2 se presenta el perfil de prueba para los motores.

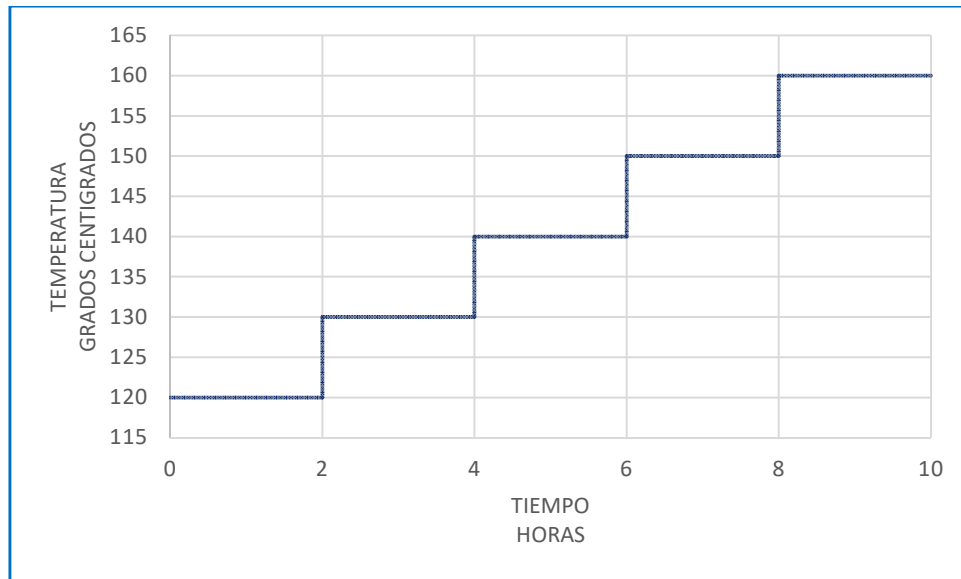


Figura 4.2 Perfil de prueba de degradación con estrés escalonado de los motores.

#### 4.5 Obtención de datos

Al finalizar la prueba se ordenaron los datos en una matriz donde se considera cada uno de los motores con su respectivo número de serie y las mediciones de fcem por cada incremento de temperatura [120°C, 130°C, 140°C, 150°C, 160°C]. Cada motor cuenta con tres valores de voltaje generado por cada medición ya que se obtiene un valor por cada fase del motor (Tres fases UV, VW y WU). Se genera una gráfica de dispersión, donde en el eje Y se toma la evolución de los datos de degradación (fcem) y en el eje X los valores del tiempo de exposición a la temperatura (2,4,6,8,10 horas) para visualizar la degradación de los resultados, además en la gráfica se agrega una

línea horizontal que representa el valor de nivel crítico de falla definido en base a la especificación del motor de  $f_{cem}$  ( $0.05625 \pm 0.00175$  Vs/rad), si los valores de voltaje cruzan este umbral se considera como un fallo, ver figura 4.2.

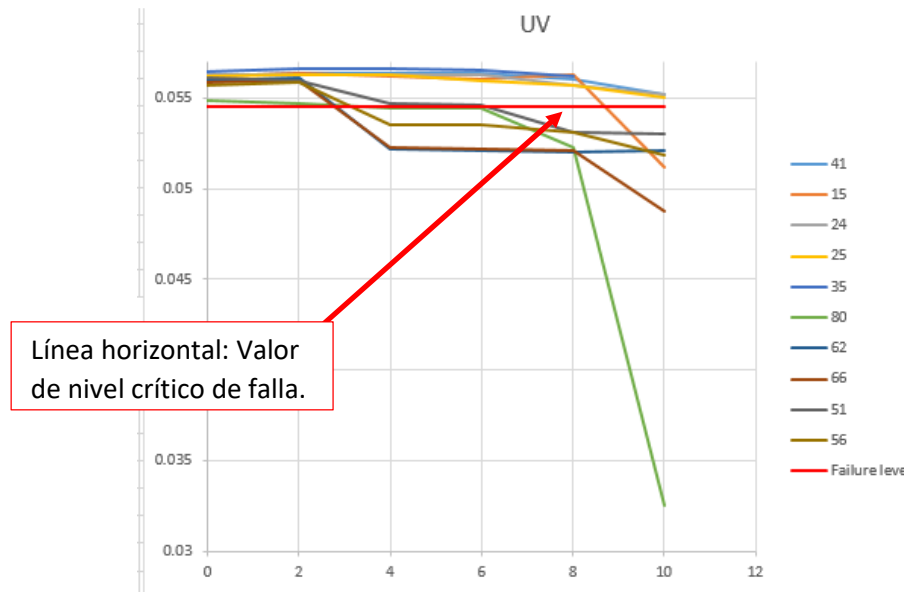


Figura 4.3 Ejemplo de grafico de trayectorias de degradación y línea límite de valor de nivel crítico de falla.

A continuación, se presenta una tabla con los datos de prueba con el primer grupo de motores el cual se le denomina “Grupo #1 Producción actual”:

| Grupo #1 Producción actual |                 |         |         |         |         |         |         |
|----------------------------|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Número de serie            | Fases del motor | Inicial | 120°C   | 130°C   | 140°C   | 150°C   | 160°C   |
| 1                          | UV              | 0.05484 | 0.05473 | 0.05441 | 0.05444 | 0.05231 | 0.03252 |
|                            | VW              | 0.05478 | 0.05475 | 0.05436 | 0.05438 | 0.05225 | 0.03245 |
|                            | WU              | 0.05475 | 0.05463 | 0.05433 | 0.05436 | 0.05223 | 0.03243 |
| 2                          | UV              | 0.05595 | 0.05612 | 0.05219 | 0.05208 | 0.05199 | 0.0521  |
|                            | VW              | 0.05552 | 0.05572 | 0.05176 | 0.05194 | 0.05187 | 0.05167 |

|          |           |         |         |         |         |         |         |
|----------|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|          | <b>WU</b> | 0.05588 | 0.05606 | 0.05218 | 0.05206 | 0.05195 | 0.05214 |
| <b>3</b> | <b>UV</b> | 0.05584 | 0.05598 | 0.05228 | 0.0522  | 0.0521  | 0.04872 |
|          | <b>VW</b> | 0.05579 | 0.05591 | 0.05192 | 0.05213 | 0.05201 | 0.04871 |
|          | <b>WU</b> | 0.05581 | 0.05591 | 0.05225 | 0.05215 | 0.05203 | 0.04866 |
| <b>4</b> | <b>UV</b> | 0.05609 | 0.05599 | 0.05469 | 0.05465 | 0.05313 | 0.05299 |
|          | <b>VW</b> | 0.056   | 0.05566 | 0.05455 | 0.05435 | 0.05292 | 0.05261 |
|          | <b>WU</b> | 0.05603 | 0.05592 | 0.05457 | 0.05467 | 0.05323 | 0.05292 |
| <b>5</b> | <b>UV</b> | 0.05571 | 0.05589 | 0.05352 | 0.05351 | 0.05313 | 0.05186 |
|          | <b>VW</b> | 0.05557 | 0.0555  | 0.05312 | 0.05307 | 0.053   | 0.05171 |
|          | <b>WU</b> | 0.05556 | 0.05576 | 0.05342 | 0.0534  | 0.05302 | 0.05172 |

Tabla 4.1 Datos de degradación “Grupo #1 Producción actual”.

A continuación, se presenta una tabla con los datos de prueba con el segundo grupo de motores el cual se le denomina “Grupo #2 Cambio de ingeniería”:

| <b>Grupo #2 Cambio de ingeniería</b> |                        |                |              |              |              |              |              |
|--------------------------------------|------------------------|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>Número de serie</b>               | <b>Fases del motor</b> | <b>Inicial</b> | <b>120°C</b> | <b>130°C</b> | <b>140°C</b> | <b>150°C</b> | <b>160°C</b> |
| <b>6</b>                             | <b>UV</b>              | 0.05624        | 0.05637      | 0.05634      | 0.05634      | 0.056        | 0.05519      |
|                                      | <b>VW</b>              | 0.05619        | 0.05605      | 0.05604      | 0.05603      | 0.05594      | 0.05512      |
|                                      | <b>WU</b>              | 0.05623        | 0.05631      | 0.0563       | 0.05633      | 0.05599      | 0.05512      |
| <b>7</b>                             | <b>UV</b>              | 0.05621        | 0.05641      | 0.05624      | 0.05605      | 0.05629      | 0.05122      |
|                                      | <b>VW</b>              | 0.05615        | 0.05608      | 0.05619      | 0.056        | 0.05595      | 0.05084      |
|                                      | <b>WU</b>              | 0.05619        | 0.05639      | 0.05625      | 0.05606      | 0.05623      | 0.05122      |
| <b>8</b>                             | <b>UV</b>              | 0.05626        | 0.05628      | 0.05627      | 0.05632      | 0.05572      | 0.05517      |
|                                      | <b>VW</b>              | 0.05595        | 0.05621      | 0.0562       | 0.05603      | 0.05565      | 0.05483      |
|                                      | <b>WU</b>              | 0.05616        | 0.0562       | 0.0562       | 0.05624      | 0.05564      | 0.05514      |
| <b>9</b>                             | <b>UV</b>              | 0.05623        | 0.05626      | 0.05627      | 0.05595      | 0.05572      | 0.05503      |
|                                      | <b>VW</b>              | 0.05591        | 0.05621      | 0.05623      | 0.05585      | 0.05567      | 0.0547       |
|                                      | <b>WU</b>              | 0.05619        | 0.05628      | 0.05628      | 0.05591      | 0.0557       | 0.05505      |
| <b>10</b>                            | <b>UV</b>              | 0.05648        | 0.05666      | 0.0566       | 0.05652      | 0.05621      | 0.04173      |
|                                      | <b>VW</b>              | 0.05616        | 0.05631      | 0.05624      | 0.05642      | 0.05611      | 0.04167      |
|                                      | <b>WU</b>              | 0.0564         | 0.0566       | 0.05649      | 0.05645      | 0.05615      | 0.04169      |

Tabla 4.2 Datos de degradación “Grupo #2 Cambio de ingeniería”.

A continuación, se presentan las gráficas de incrementos y decrementos de los datos de degradación con medición de fase a fase (UV, VW y WU):

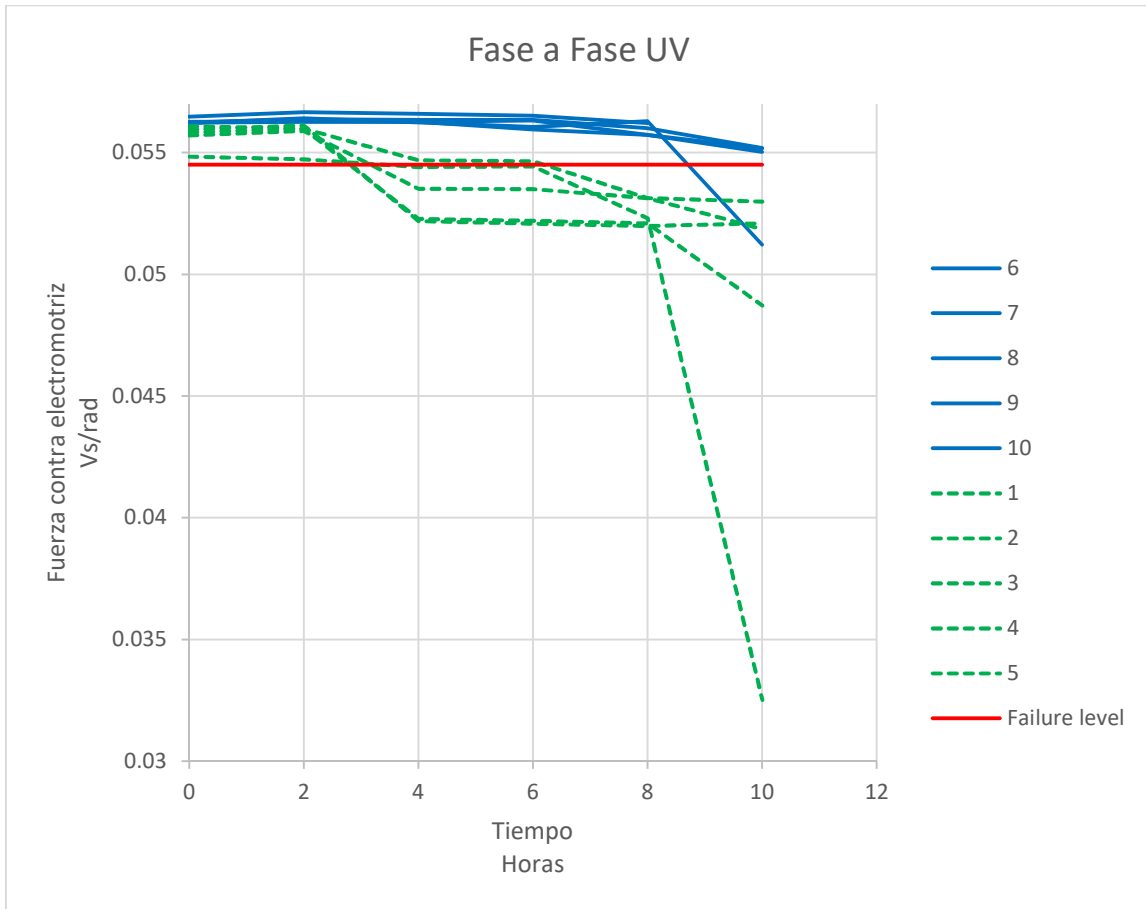


Figura 4.4 Gráfica de incrementos y decrementos de los datos de degradación fase UV.

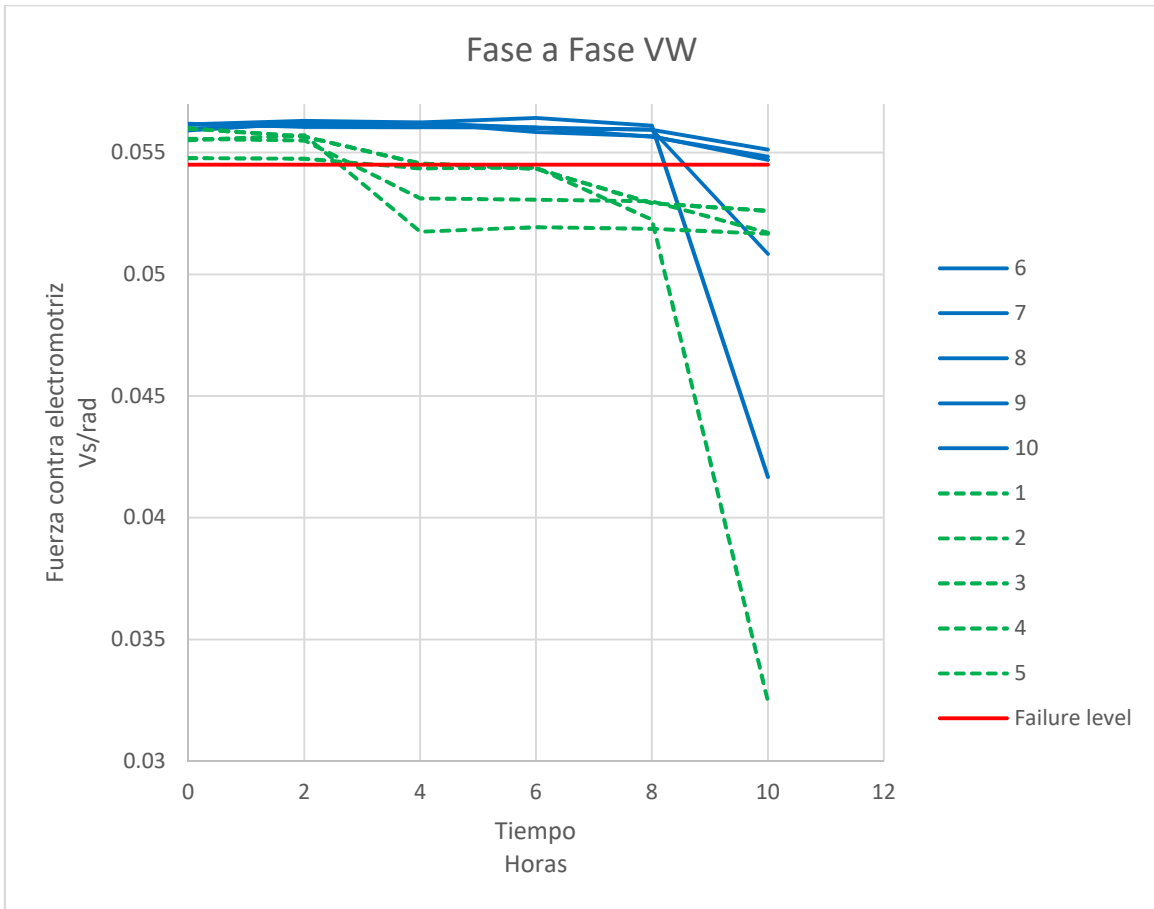


Figura 4.5 Gráfica de incrementos y decrementos de los datos de degradación fase VW.

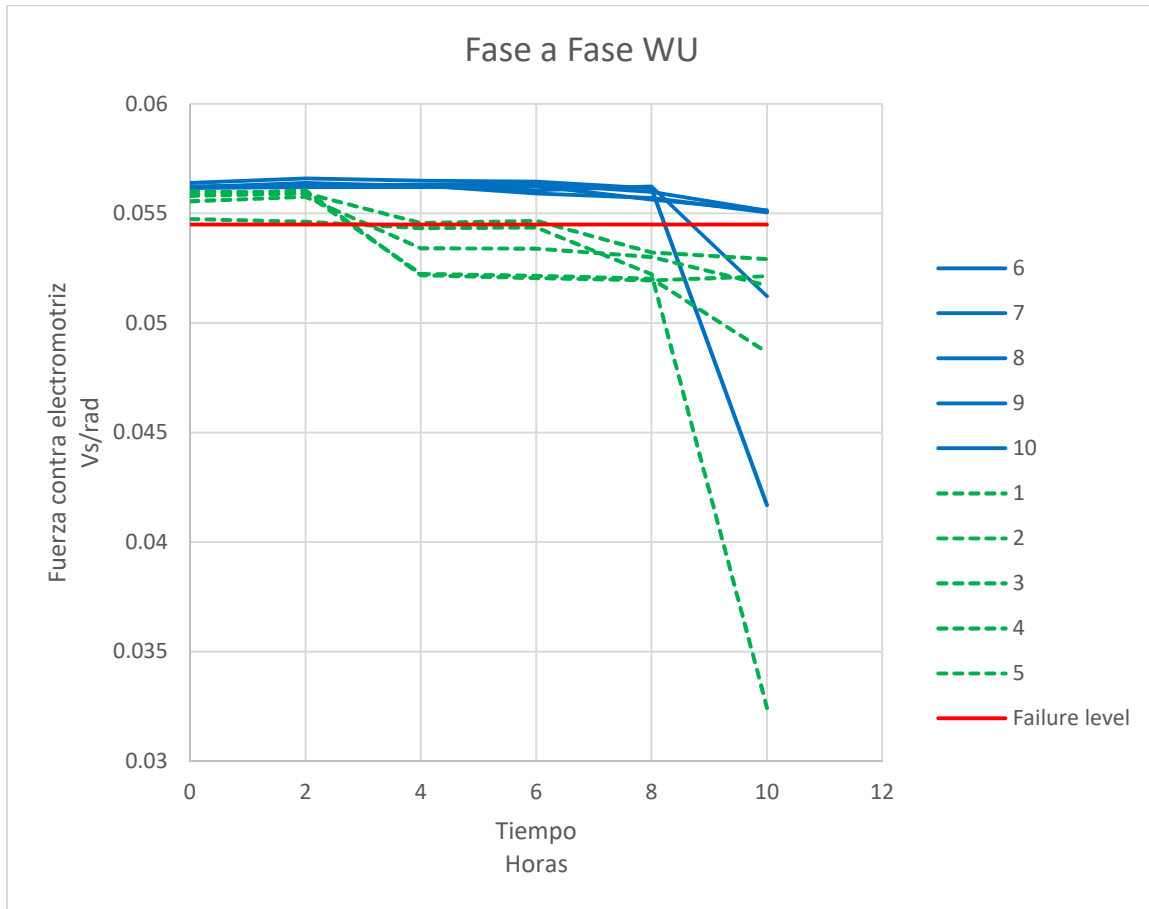


Figura 4.6 Gráfica de incrementos y decrementos de los datos de degradación fase WU.

#### 4.6 Relación de datos de degradación con proceso Wiener

Considerando los datos del comportamiento del voltaje que se obtuvieron durante la prueba descrita en la sección anterior. Se tienen las siguientes consideraciones, dado que se tienen dos grupos de motores sin cambio de ingeniería y con cambio de ingeniería, se ajustó cada conjunto de datos a un proceso Wiener. Para cada grupo se sabe que  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  motores y se sometieron a intervalos de 2 horas de

temperatura de acuerdo al perfil que se muestra en la figura 3.6, de manera que los tiempos de inspección están determinados como  $t_j$ : ( $t_1 = 2, t_2 = 4, t_3 = 6, t_4 = 8, t_5 = 10$ ) horas en donde  $j = 1, 2, 3, 4, 5$  con  $k = 1, 2, 3, 4, 5$  niveles de temperatura  $T_k$ : ( $T_1 = 120^\circ\text{C}, T_2 = 130^\circ\text{C}, T_3 = 140^\circ\text{C}, T_4 = 150^\circ\text{C}, T_5 = 160^\circ\text{C}$ ). Para esta prueba se consideró que los cambios de temperatura coincidieran con los tiempos de inspección. Entonces se considera que  $\Delta X_{ik}(t_j) = X_{ik}(t_j) - X_{ik}(t_{j-1})$  representa los incrementos o decrementos de las lecturas de voltaje para  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5$  y  $k = 1, 2, 3, 4, 5$ . De igual manera se considera que  $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}$ , por lo que los  $\Delta X_{ik}(t_j)$  sigue una distribución normal como se presenta a continuación:

$$fw(\Delta X_{ik}(t_j)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta t_j}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\Delta X_{ik}(t_j) - \mu\Delta t_j)}{2\sigma^2\Delta t_j}\right\} \quad (4.1)$$

#### 4.7 Relación vida-esfuerzo

Dado que durante las pruebas de experimentación se usó como factor de estrés la temperatura se empleó la relación de aceleración la relación de Arrhenius la cual se describe en la subsección 2.5, esta se debe incorporar al modelo de degradación como la deriva como se muestra a continuación:

$$\mu(T_k) = \beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) \quad (4.2)$$

Por lo que el modelo a estimar queda de la siguiente manera:

$$fw(\Delta X_{ik}(t_j)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta t_j}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\Delta X_{ik}(t_j) - \mu(T_k)\Delta t_j)}{2\sigma^2\Delta t_j}\right\} \quad (4.3)$$

#### 4.8 Estimación de parámetros

A partir de la función anterior 4.3 se obtiene la función de log verosimilitud para estimar los parámetros  $(\sigma, \beta_1, \beta_2)$ .

$$l(\sigma, \beta_1, \beta_2) = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[ -\frac{1}{2} \ln(2\pi \cdot \Delta t_{ijk}) - \ln \sigma - \frac{\{\Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp(-\frac{\beta_2}{T_k}) \Delta t_{ijk}\}^2}{2\sigma^2 \Delta t_{ijk}} \right] \quad (4.4)$$

La estimación de los parámetros de la función 4.4 se obtiene al derivar parcialmente con respecto a cada uno de los parámetros de interés:

$$\frac{\partial l(\sigma, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1} = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\{\Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp(-\frac{\beta_2}{T_k}) \Delta t_{ijk}\} \left( \exp(-\frac{\beta_2}{T_k}) \right)}{\sigma^2} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial l(\sigma, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2} = - \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\{\Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp(-\frac{\beta_2}{T_k}) \Delta t_{ijk}\} \left( \frac{\beta_1}{T_k} \right) \exp(-\frac{\beta_2}{T_k})}{\sigma^2} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial l(\sigma, \beta_1, \beta_2)}{\partial \sigma} = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m -\frac{1}{\sigma} + \frac{\{\Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp(-\frac{\beta_2}{T_k}) \Delta t_{ijk}\}^2}{\sigma^3 \Delta t_{ijk}} \quad (4.7)$$

Como se observa que las tres derivadas parciales dependen de los tres parámetros de interés simultáneamente, por lo que, no se pueden obtener las estimaciones directamente. Para lograr estimar los parámetros se utilizó el método de Newton-Raphson descrita en la sección 2.7 donde se requiere el vector gradiente y la matriz hessiana. Por otra parte, el número de parámetros a estimar directamente se puede reducir al considerar la función de log verosimilitud perfil, esto con la

intención de reducir la complejidad de la función a estimar y facilitar la implementación del método Newton-Raphson. A continuación, se describe la obtención de la función de log verosimilitud perfil:

1. A partir de la primera derivada parcial (4.7) se despeja  $\sigma$ .

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{rnm} \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\left\{ \Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) \Delta t_{ijk} \right\}^2}{\Delta t_{ijk}} \quad (4.8)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{rnm} \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\left\{ \Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) \Delta t_{ijk} \right\}^2}{\Delta t_{ijk}}} \quad (4.9)$$

2. Se sustituye tanto  $\hat{\sigma}$  como  $\hat{\sigma}^2$  en la función de log verosimilitud (4.4). Por lo que esta quedaría como

$$\begin{aligned} & l(\beta_1, \beta_2) \\ &= -\frac{rnm}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \ln(\Delta t_{ijk}) - rnm \ln \hat{\sigma} \\ & \quad - \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[ \frac{\left\{ \Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) \Delta t_{ijk} \right\}^2}{2\hat{\sigma}^2 \Delta t_{ijk}} \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

La función de log verosimilitud en (ecuación de arriba) queda en función de  $\beta_1, \beta_2$ , por lo que se requiere la implementación del método de Newton-Raphson para estimar estos parámetros. El vector gradiente está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial l(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1} = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\left\{ \Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) \Delta t_{ijk} \right\} \left( \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) \right)}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial l(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2} = - \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\left\{ \Delta y_{ijk} - \beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) \Delta t_{ijk} \right\} \left( \frac{\beta_1}{T_k} \right) \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right)}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.12)$$

La matriz Hessiana determinada por los dos parámetros en una matriz 2X2 para sus segundas derivadas parciales:

$$\frac{\partial^2 l(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1^2} = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\left\{ -\exp\left(-\frac{2\beta_2}{T_k}\right) \Delta t_{ijk} \right\}}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\left\{ -\frac{\Delta y_{ijk}}{T_k} \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) + \frac{2\beta_1 \Delta t_{ijk}}{T_k} \exp\left(-\frac{2\beta_2}{T_k}\right) \right\}}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2^2} = - \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\left\{ -\left(\frac{\Delta y_{ijk} \beta_1}{T_k^2}\right) \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right) + \left(\frac{2\Delta t_{ijk} \beta_1^2}{T_k^2}\right) \exp\left(-\frac{2\beta_2}{T_k}\right) \right\}}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} = \frac{\partial^2 l(\beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2 \partial \beta_1} \quad (4.16)$$

#### 4.8.1 Estimación de parámetros en R

La estimación de parámetros se llevó a cabo a través del programa estadístico R, a continuación, se presenta la estrategia de estimación:

Se acomodaron los datos en una hoja de Excel donde se enlistan los datos en columnas identificadas como Y, T y t donde Y representa los incrementos  $\Delta X_{ik}(t_j)$ , T representa las temperaturas en grados Kelvin y t representa los incrementos  $\Delta t_{ijk}$  del tiempo de prueba. Se instaló el paquete xlsx el cual sirve para leer, escribir y formatear archivos de Excel en el ambiente de R y también el paquete maxLik que es esencialmente una interfaz envolvente unificada para diversas rutinas de

optimización, que ofrece un fácil acceso a características específicas de probabilidad como errores estándar. Después se escribió el código el cual sigue la siguiente estructura:

1. Se cargaron los paquetes xlsx y maxLik.
2. Se direcciono la dirección de las carpetas donde se encuentra guardado el archivo de Excel que contiene los datos y se programaron las funciones para utilizar los datos del archivo.
3. Se escribió la función de log verosimilitud perfil (4.10) para estimar los parámetros  $(\beta_1, \beta_2)$ . Dada la función de verosimilitud de registro anterior, se creó una función R que calcula el valor de log-verosimilitud:  
`logLikFun <- función (param).`
4. Como se implementó el método de Newton-Raphson se requiere tanto el gradiente de la función de log verosimilitud perfil como el hessiano. Entonces se programaron las primeras derivadas parciales con respecto a los dos parámetros de interés que están dadas por las ecuaciones 4.5 – 4.7. esto se llevó a cabo mediante la función `loglikGrad <- function(param)`
5. Considerando las segundas derivadas parciales en (ecuaciones de matriz 2X2 4) se programó el hessiano mediante la función `loglikHess <- function(param).`

A continuación, se presenta el código en R para la estimación de los parámetros descrito en la sección anterior:

```

library(xlsx)

library(maxLik)

setwd("C:/Users/Adrian Hernandez/Documents/Maestria en tecnologia/Proyecto de
tecnologia/Tesis 01/DOCUMENTO rev 11/RESULTADOS")

data<-read.xlsx("Datos R.xlsx", sheetName = "Data.p WU")

y=data$Y
T=data$T
t=data$t

N=25

loglik<-function(param)
{
a<-param[1]
b<-param[2]

ll<- -((N/2)*log(2*pi))-(0.5*sum(log(t))-(N*log(sqrt((1/(N))*sum(((y-(a*t*exp(-b/T)))^2)/t))))-
sum(((y-(a*t*exp(-b/T)))^2)/(2*t*((1/(N))*sum(((y-(a*t*exp(-b/T)))^2)/t))))

ll
}

loglikGrad <- function(param) {
a<-param[1]
b<-param[2]

loglikGradValues <- numeric(2)

loglikGradValues[1] <- sum( ((y-(a*t*exp(-b/T)))*exp(-b/T)) / ((1/(N))*sum( ((y - (a*t*exp(-
b/T)))^2)/t )) )

loglikGradValues[2] <- -sum( ((y-(a*t*exp(-b/T)))*( a/T)*exp(-b/T)) / ((1/(N))*sum( ((y -
(a*t*exp(-b/T)))^2)/t )) )

return(loglikGradValues)

}

```

```

loglikHess <- function(param) {
a <- param[1]
b <- param[2]
loglikHessValues <- matrix(0, nrow = 2, ncol = 2)
loglikHessValues[1, 1] <- sum( -(t*exp(-(2*b)/T))/ ((1/(N))*sum( ((y - (a*t*exp(-b/T)))^2)/t )) )
loglikHessValues[1, 2] <- sum( ( ((2*a*t)/T)*exp(-(2*b)/T)) - ((y/T)*exp(-b/T)) ) / ((1/(N))*sum(
((y - (a*t*exp(-b/T)))^2)/t )) )
loglikHessValues[2, 1] <- sum( ( ((2*a*t)/T)*exp(-(2*b)/T)) - ((y/T)*exp(-b/T)) ) / ((1/(N))*sum(
((y - (a*t*exp(-b/T)))^2)/t )) )
loglikHessValues[2, 2] <- -sum( (((2*t*(a^2))/(T^2))*exp(-(2*b)/T))-(((y*a)/T)*exp(-b/T)) /
((1/(N))*sum( ((y - (a*t*exp(-b/T)))^2)/t )) )
return(loglikHessValues)
}

mleHess<- maxLik(logLik = loglik,loglikGrad, loglikHess, start = c(a=-30,b=4),method="NR")
summary(mleHess)

# Parámetros estimados de B1 y B2 de máxima verosimilitud
amle=-23.85
bmle=4233.82

sigma=sqrt( (1/(N))*sum( ((y - (amle*t*exp(-bmle/T)))^2)/t ))

```

El código se implementó de manera separada para los incrementos de los motores actuales y los incrementos del cambio para las tres fases, por lo que se obtuvieron seis grupos de datos que representan los valores de  $(\hat{\sigma}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$  por cada uno de los grupos:

| Parámetros ( $\hat{\sigma}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ ) Grupo #1 Producción actual |             |           |           |
|--|-------------|-----------|-----------|
|  | $\sigma$    | $\beta_1$ | $\beta_2$ |
| UV   | 0.002663567 | -23.85    | 4233.82   |
| VW   | 0.002667169 | -25.82    | 4261.77   |
| WU   | 0.002662166 | -25.83    | 4265.06   |

Tabla 4.3 Valores de parámetros ( $\hat{\sigma}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ ) Grupo#1 Producción actual.

| Parámetros ( $\hat{\sigma}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ ) #2 Cambio de ingeniería |             |           |           |
|---|-------------|-----------|-----------|
|   | $\sigma$    | $\beta_1$ | $\beta_2$ |
| UV  | 0.001965991 | -25.11    | 4425.07   |
| VW  | 0.001957103 | -31.65    | 4503.03   |
| WU  | 0.002005526 | -31.33    | 4500.87   |

Tabla 4.4 Valores de parámetros ( $\hat{\sigma}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ ) Grupo#2 Cambio de ingeniería.

#### 4.9 Distribuciones de primer paso y análisis de confiabilidad

Una vez encontrados los parámetros del proceso Wiener se procedió a encontrar las distribuciones de primer paso para llevar a cabo el análisis de confiabilidad. La distribución de primer paso del proceso Wiener está relacionado con la distribución inversa gaussiana de la siguiente manera:

$$\gamma_k = \frac{\omega - X_0}{\mu(T_k)} = \frac{\omega - X_0}{\beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_2}{T_k}\right)} \quad (4.17)$$

$$\lambda = \frac{(\omega - X_0)^2}{\hat{\sigma}^2} \quad (4.18)$$

En donde  $\gamma_k$  representa la media de la distribución,  $\lambda$  representa la escala,  $\omega$  representa el nivel crítico,  $\mu(T_k)$  representa la relación de Arrhenius y  $X_0$  el nivel inicial de degradación, aquí considerado  $X_0 = 0$ . Considerando las estimaciones de las

tablas (4.3 y 4.4) y  $\omega = -0.001485 \text{ Vs/rad}$ , se calcularon los parámetros  $\gamma_k$  y  $\lambda$ , se presentan en la siguiente tabla:

| Parámetros ( $\gamma_k, \lambda$ ) Grupo #1 Producción actual |                  |             |
|---|------------------|-------------|
|   | $\gamma$ (Horas) | $\lambda$   |
| UV  | 2.958977777      | 0.310831952 |
|   | 2.265336297      |             |
|   | 1.756869464      |             |
|   | 1.378999126      |             |
|   | 1.094573164      |             |
| VW  | 2.934599987      | 0.309992965 |
|   | 2.242714784      |             |
|   | 1.736409226      |             |
|   | 1.360762255      |             |
|   | 1.07845193       |             |
| WU  | 2.958114993      | 0.311159197 |
|   | 2.260216492      |             |
|   | 1.749614198      |             |
|   | 1.37085252       |             |
|   | 1.08625382       |             |

Tabla 4.5 Valores de parámetros ( $\gamma_k, \lambda$ ) Grupo#1 Producción actual.

| Parametros $\gamma, \lambda$ Grupo #1 Producción actual |             |             |
|---|-------------|-------------|
|   | $\gamma$    | $\lambda$   |
| UV  | 4.57139065  | 0.570544938 |
|   | 3.457792752 |             |
|   | 2.651057164 |             |
|   | 2.058223839 |             |
|   | 1.616745994 |             |
| VW  | 4.422217641 | 0.575738858 |
|   | 3.3285462   |             |
|   | 2.540048344 |             |
|   | 1.96326458  |             |
|   | 1.535609464 |             |
| WU  | 4.442908619 | 0.548272312 |
|   | 3.344575797 |             |

|  |             |  |
|--|-------------|--|
|  | 2.552611703 |  |
|  | 1.973218884 |  |
|  | 1.543577332 |  |

Tabla 4.6 Valores de parámetros  $(\gamma_k, \lambda)$  Grupo#2 Cambio de ingeniería.

Se descargó el paquete SuppDists que contiene diez distribuciones de probabilidad para R dentro de este se encuentra la distribución inversa gaussiana requerida. Se introdujeron los valores de las tablas 4.5 y 4.6 en R para proceder con el análisis de confiabilidad en base a los parámetros de densidad  $(\gamma_k, \lambda)$ .

Se generaron 10000 datos aleatorios con distribución inversa gaussiana en relación con los parámetros de densidad para definir las funciones de densidad para cada uno de los grupos de datos (Grupo#1[UV,VW,WU] y Grupo#2[UV,VW,WU]). A partir de los parámetros de densidad también es posible generar las funciones de confiabilidad. A continuación, se presentan las gráficas de las funciones de confiabilidad por cada grupo de datos y la comparación de confiabilidades entre grupos de motores:

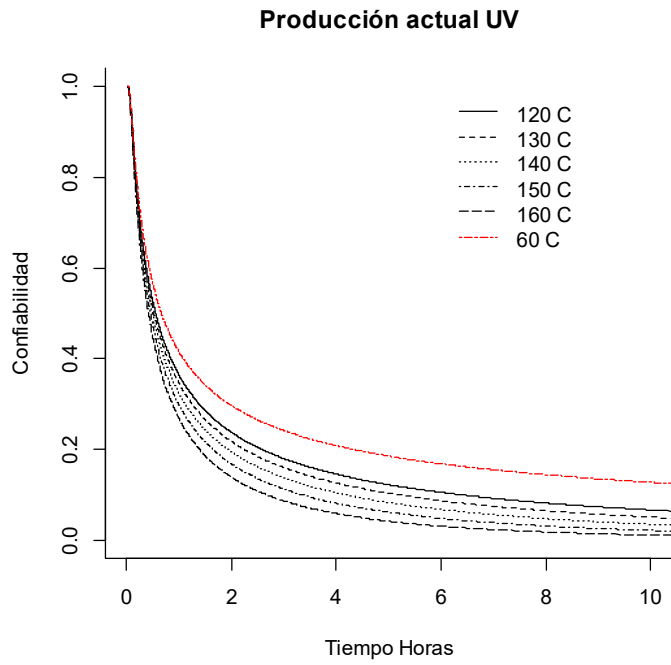


Figura 4.7 Gráfico de función de confiabilidad Grupo#1 UV.

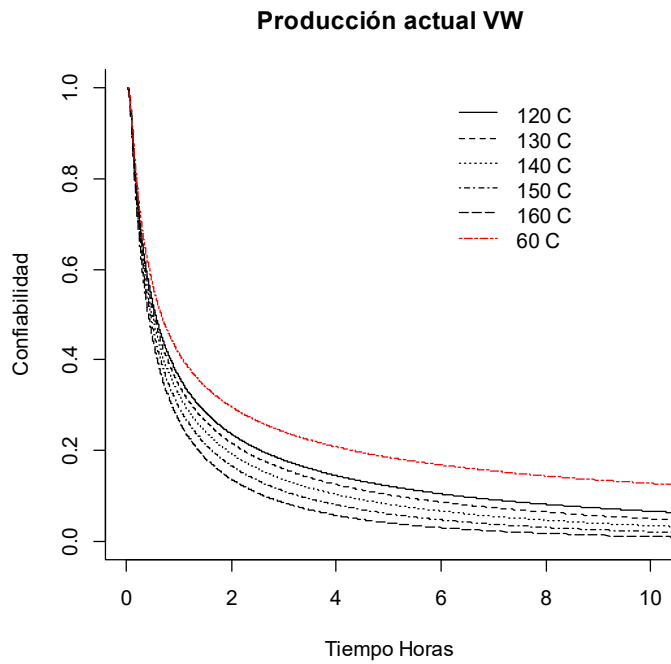


Figura 4.8 Gráfico de función de confiabilidad Grupo#1 VW.

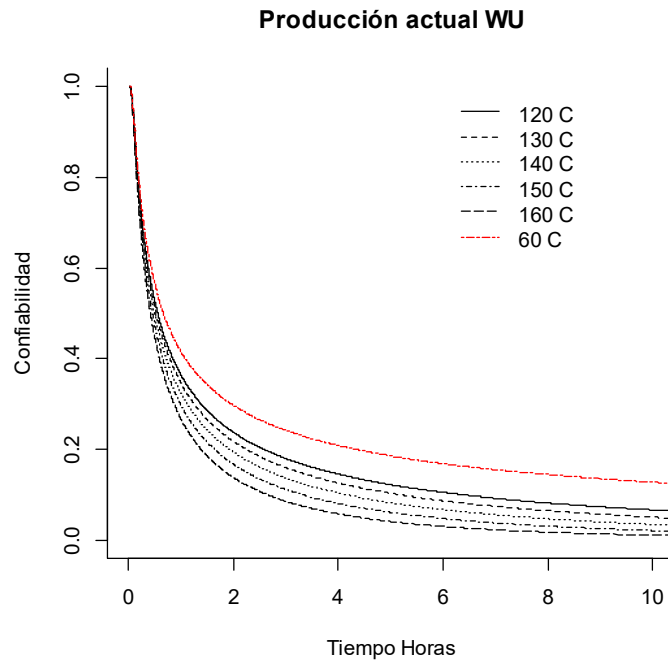


Figura 4.9 Gráfico de función de confiabilidad Grupo#1 WU.

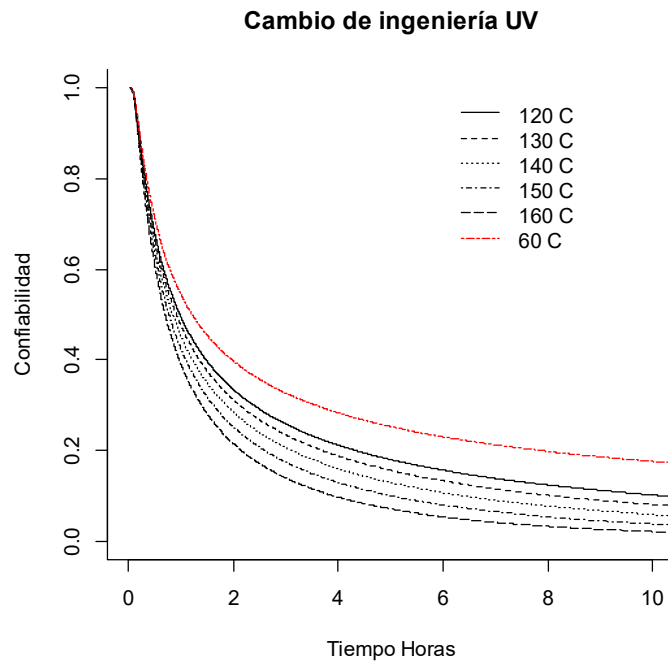


Figura 4.10 Gráfico de función de confiabilidad Grupo#2 UV.

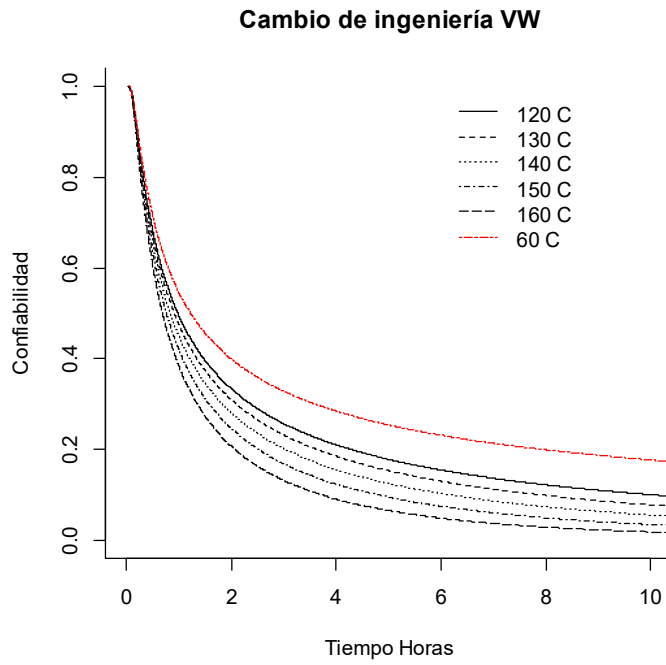


Figura 4.11 Gráfico de función de confiabilidad Grupo#2 VW.

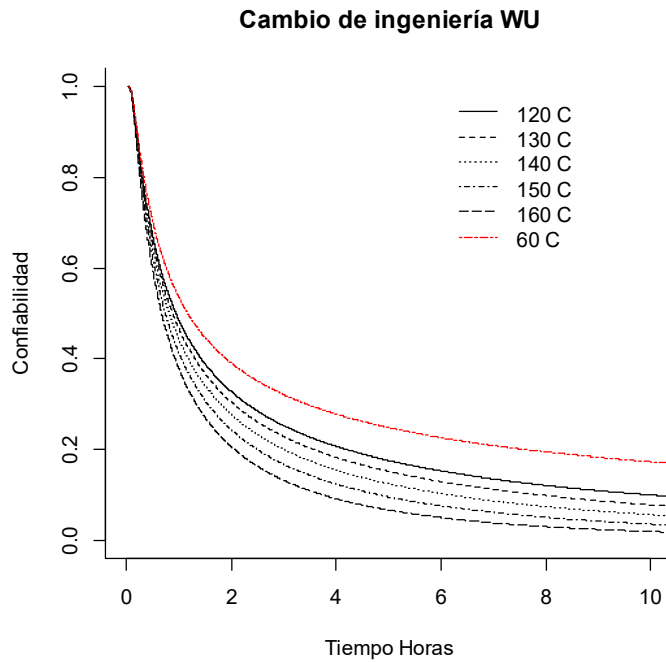


Figura 4.12 Gráfico de función de confiabilidad Grupo#2 WU.

### Comparación de confiabilidad - 60 C - UV

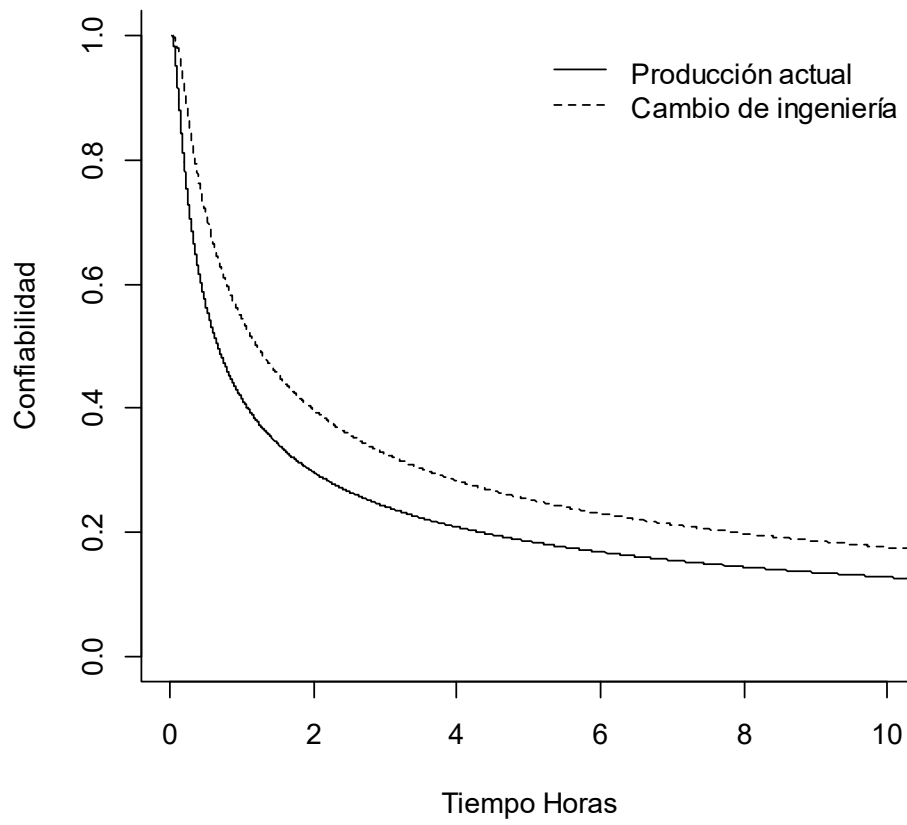


Figura 4.13 Gráfico comparativo de función de confiabilidad a 60°C Grupo#1 vs #2 UV.

### Comparación de confiabilidad - 60 C - VW

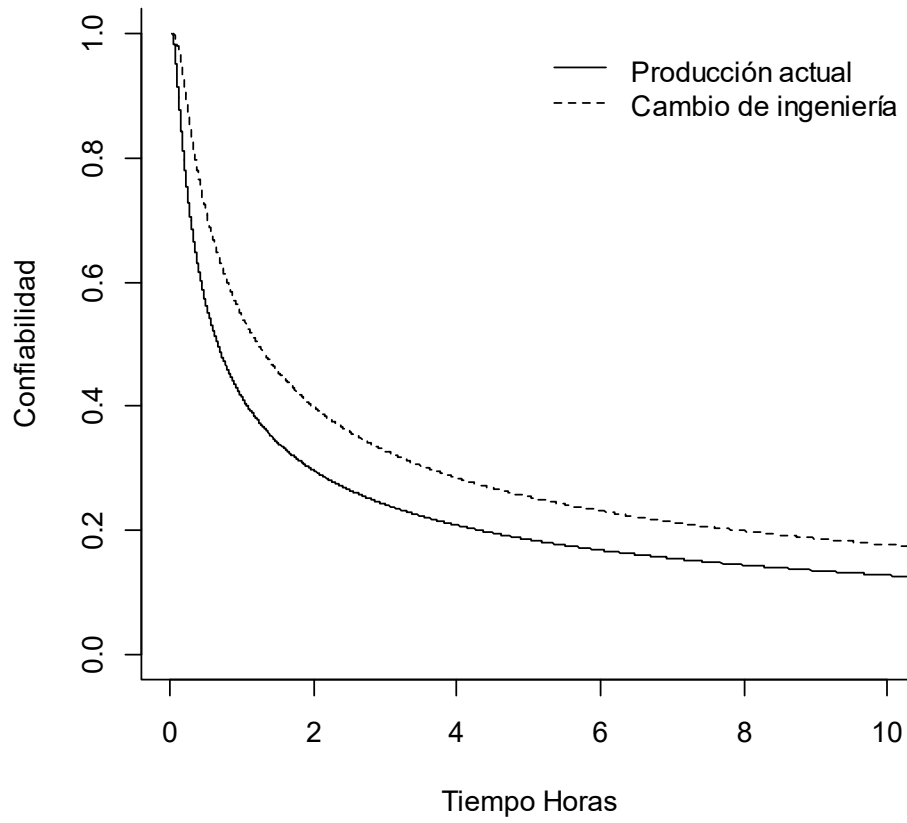


Figura 4.14 Gráfico comparativo de función de confiabilidad a 60°C Grupo#1 vs #2

VW.

### Comparación de confiabilidad - 60 C - WU

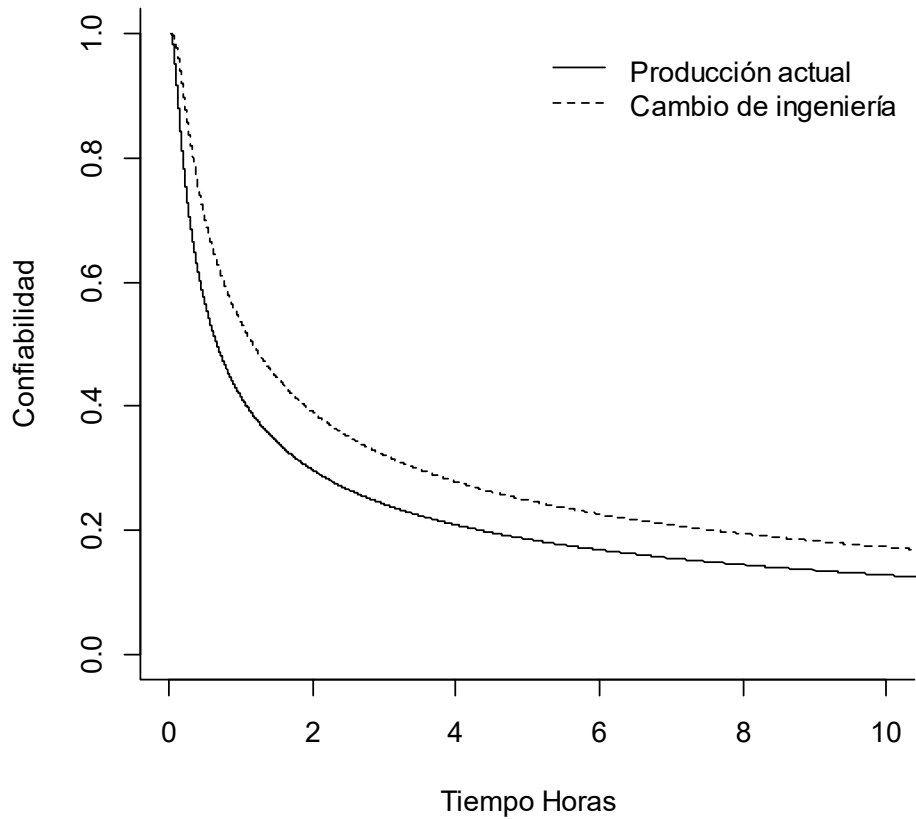


Figura 4.15 Gráfico comparativo de función de confiabilidad a 60°C Grupo#1 vs #2 WU.

En los gráficos se observa el impacto del efecto del estrés de temperatura en la confiabilidad del producto a través del tiempo. Se observa que el nivel de incrementos de temperatura influye considerablemente en la confiabilidad de los motores. Dentro de las primeras dos horas de exposición la confiabilidad del producto cae por debajo del 50% de su confiabilidad.

En las tres graficas comparativas de cada fase se muestra una mejora considerable para resistir el efecto de la temperatura por parte de los motores del grupo con cambio de ingeniería. Se observa como la curva de confiabilidad del grupo #1 disminuye más pronto en el tiempo en comparación con la del grupo #2.

## CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

El primero de los objetivos fue diseñar una prueba capaz de proveer datos útiles para un estudio de confiabilidad que respondiera a las necesidades de la empresa, dado el análisis de ingeniería descrito en la sección 4.1 y los datos obtenidos en la sección 4.5 permitieron generar datos de trayectorias de degradación se concluye que se logró el objetivo planteado.

El segundo objetivo y desarrollar un modelo estocástico que caracteriza el proceso de degradación de la prueba con estrés de temperatura, dada la relación de las trayectorias de degradación y los parámetros del modelo presenta la sección 4.6 y la caracterización de la temperatura con la relación de Arrhenius agregada al modelo a través de la deriva en la sección 4.7 se puede concluir que se logró el objetivo propuesto.

El tercer objetivo propone programar un código en el software estadístico R para poder estimar los parámetros y poder proceder con los análisis pertinentes para el caso de estudio, en la sección 4.8.1 se presenta el código de estimación de parámetros y sus estimaciones, a partir de este se calculan las confiabilidades de los motores por lo que logra este objetivo.

El objetivo final es obtener las confiabilidades de cada grupo de motores para poder evaluar el impacto del cambio de ingeniería en el producto y poder tomar decisiones de ingeniería en base al análisis, en base a las gráficas de las funciones de confiabilidad obtenidas en la sección 4.9 y sus respectivas comparativas, por lo tanto, se cumple el objetivo.

Las gráficas de confiabilidad expuestas en la sección 4.9 exponen el efecto de la temperatura en la fuerza electromotriz de los motores eléctricos por lo que el objetivo general se cumplió.

En la primera hipótesis se plantea que un modelo estocástico con proceso Wiener con relación de vida-esfuerzo Arrhenius permite caracterizar el efecto de la temperatura en el voltaje de la fuerza contra electromotriz, considerando la modelación de la sección 4.6 - 4.7 y los resultados de la sección 4.8.1 se puede decir que se comprobó la hipótesis.

La hipótesis dos plantea que la comparativa de las confiabilidades de los motores de producción actual y con cambio de ingeniería permitirán tomar decisiones en la empresa, las comparaciones demuestran una diferencia de mejora en la confiabilidad del grupo #2 con cambio de ingeniería por lo que da pauta para la toma de decisiones en la empresa por lo que la hipótesis numero dos se comprueba.

## **5.1 Principales aportaciones**

- Se hizo un análisis de ingeniería de motores eléctricos
- Se creó un diseño de experimentos para poder llevar a cabo un análisis de degradación.
- Se desarrolló un modelo estocástico con proceso Wiener con relación de Arrhenius para la caracterización de la fuerza contra electromotriz de motores eléctricos.

- Se relacionaron los datos de degradación con el proceso de Wiener con relación de Arrhenius y se estimaron los parámetros en base al experimento.
- Se realizó un análisis de confiabilidad para evaluar un cambio de ingeniería en una empresa.

## **5.2 Trabajo a futuro**

Se puede mejorar el diseño de experimentos, por ejemplo:

- Aumentar el número de especímenes a evaluar.
- Aumentar los tiempos de exposición al estrés
- Tomar más mediciones de la característica de calidad durante el tiempo de estrés.
- Se pueden utilizar más herramientas de confiabilidad para evaluar de manera más extensa los resultados.

## Anexos

### Bibliografía

- Abdel-Hameed., M. (1975). A Gamma Wear Proces. *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*.
- Adler, R. J. (2010). The Geometry of Random Fields. *SIAM*.
- Applebaum, D. (2004). Lévy Processes and Stochastic Calculus. *Cambridge University Press*.
- Bong-JinYum, H. L. (2009). Optimal design of accelerated degradation tests based on Wiener process models. *Journal of Applied Statistics*, 311.
- Broussely, M. H. (2001). Aging mechanism in Li ion cells and calendar life predictions. *Journal of Power Sources*, 13–21.
- C. Joseph Lu, W. O. (2012). Using Degradation Measures to Estimate a Time-to Failure Distribution. *Technometrics*.
- Chen, L. N. (2017). *Statistical Modeling for Degradation Data*. Vancouver, Canada, Usa: Springer.
- Chen-Mao Liao, S.-T. T. (2006). Optimal Design for Step-Stress Accelerated Degradation Tests . *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*.
- Chiasson, J. (2005). *Modeling and high performance control of electric machines*. New Jersey: Wiley Interscience .
- Colosimo, V. R.-E. (2004). Comparison of Methods to Estimate the Time-to-failure Distribution in Degradation Tests. *Wiley*.
- Denta. (2012). Rare earth elements and permanent magnets. *APPLIED PHYSICS*.
- Denta, P. C. (2012). Rare earth elements and permanent magnets (invited) . *JOURNAL OF APPLIED PHYSICS* .
- Economía, S. d. (2013). *Programa Estratégico de la Industria Automotriz 2012-2020*. Mexico: Subsecretaría de Industria y Comercio. Dirección General de Industrias Pesadas y de Alta Tecnología. Gobierno de la República.
- Fernandez, J. L.-P. (2017). *Notas de estadística I*. Madrid: UAM .
- G.A. (1995). Estimating Degradation By a Wiener Diffusion Process Subject to Measurement Error. *Kluwer Academic Publishers*.
- Gomez, M. V. (2016). Máquinas Eléctricas y Controles Comúnmente Utilizados para Tracción de Autos Eléctricos. *CIINDET*.
- Gregory F. Lawler, V. L. (n.d.). *Random Walk: A Modern Introduction*.
- Gupta, L. S. (1990). *DEGRADATION OF TURN INSULATION IN MOTOR COILS UNDER REPETITIVE SURGES* . Toronto, Ontario, Canada: IEEE Transactions on Energy Conversion.

- Horng Shiau, H.-H. L. (1999). Analyzing Accelerated Degradation Data By Nonparametric Regression . *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*.
- House, M. B. ( 2004 ). *United States Patent No. US 6,834,256 B2* .
- House, M. B. (2004). *United States Patent No. US 6,834,256 B2* .
- Jerry Lawles, M. C. (2004). Covariates and Random Effects in a Gamma Process Model with Application to Degradation and Failure. *Kluwer Academic Publishers*.
- Jiang, G. P. (2003). Accelerated life tests and in-vivo test of 3Y-TZP ceramics, Proc. Materials and Processes for Medical Devices Conference. *ASM International*, 477–482. .
- Jiménez Hernández, e. a. (2009). *Pruebas de vida acelerada en confiabilidad* (Vol. 13). Puebla: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Joseph Lu, W. Q. (2013). Using Degradation Measures to Estimate a Time-to-Failure Distribution. *JSTOR*.
- Jye-Chyi Lu, J. P. (2012). Statistical Inference of a Time-to-Failure Distribution Derived From Linear Degradation Data. *Technometrics*.
- Jye-Chyi Lu, J. P. (2013). Statistical Inference of a Time-to-Failure Distribution Derived From Linear Degradation Data. *JSTOR*.
- Kahle, M. a. (2016). *Degradation Processes in Reliability*. Great Britain and the United States : John Wiley & Sons, Inc. .
- Kai Yang, G. Y. (1998). DEGRADATION RELIABILITY ASSESSMENT USING SEVERE CRITICAL VALUES . *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering* .
- Karlin, S., & Taylor, H. E. (2012). A First Course in Stochastic Processes. *Academic Press*.
- Khan academy*. (n.d.). Retrieved from es.khanacademy.org:  
<https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/multivariable-derivatives/partial-derivative-and-gradient-articles/a/the-gradient>
- Khan academy*. (n.d.). Retrieved from es.kahnacademy.org:  
<https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/applications-of-multivariable-derivatives/quadratic-approximations/a/the-hessian>
- Kjell A. Doksum, A. H. (1992). Models for Variable-Stress Accelerated Life Testing Experiments Based on Wiener Processes and the Inverse Gaussian Distribution . *TECHNOMETRICS*.
- LC Tang, G. Y. (2004). Planning Of Step-stress Accelerated Degradation Test . *RAMS -IEEE*.
- Lifshits, M. (2012). Lectures on Gaussian Processes. . *Springer Science & Business Media*.
- Loon Ching Tang, D. S. (1995). Reliability Prediction Using Nondestructive Accelerated-Degradation Data: Case Study on ies. *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*.

- Martinez, H. V. (2009). *Analisis, Modelado y Simulacion en computadora del motor de corriente directa tipo serie*. Oaxaca: Universidad Tecnologica de la Mixteca.
- Meeker, C. J.-W. (2012). Using Degradation Measures to Estimate a Time-to Failure Distribution. *Technometrics*.
- Meeker, E. (1998). *Statistical Methods for Reliability Data*. Canada: A Wiley-Interscience Publication.
- Michkle Boulanger Carey, R. H. (1991). Reliability Assessment Based on Accelerated Degradation: A Case Study. *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*.
- Miller. (1989). *Brushless permanent-magnet and reluctance motor drives*. New York: Clarendon.
- Myung, J. (2002). Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, 1.
- Nan Chen, Z.-S. Y. (2014). Condition-based maintenance using the inverse Gaussian degradation model. *European Journal of Operational Research*.
- Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses*. Hoboken, New Jersey.: Wiley-Interscience.
- Newton, I. (1664-1671). *Methodus fluxionum et serierum infinitarum*.
- Noortwijk, J. V. (2007). A survey of the application of gamma processes in mantainance. *Science Direct*.
- Oraee, H. (2000). Quantative approach to estimate the life expectancy of motor insulation systems. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 790–796. .
- Pawitan, Y. (2001). *In all likelihood*. Oxford: Clarendon press.
- Peng, C.-Y. T. (2009). Mis-specification analysis of linear degradation models. *Reliability, IEEE Transactionson*, 444–455.
- Rabi N. Bhattacharya, E. C. (2009). *Stochastic Processes with Applications*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Raphson, J. (1690). *Analysis Aequationum universalis*. London.
- Rincón, L. (2012). *Introducción a los procesos estocásticos*. Ciudad de México: UNAM.
- Robert Jarrow, P. P. (2004). A short history of stochastic integration and mathematical finance the early years, 1880–1970. *Lecture Notes Monograph*.
- Sciascera, G. G. (2016). Lifetime Consumption and Degradation Analysis of the Winding Insulation of Electrical Machines . *University of Nottingham*.
- Sebah, P. (2001). Newton’s method and high order iterations. [numbers.computation.free.fr/Constants/constants.html](http://numbers.computation.free.fr/Constants/constants.html), 3.
- Seker, S. (2010). A Reliability Model for Induction Motor Ball Bearing Degradation. *Taylor & Francis*.

- Stirzaker, D. (2000). Advice to Hedgehogs, or, Constants Can Vary . *The Mathematical Association* .
- Tang, G. Y. ( 2014). Accelerated Degradation Tests Modeling Based on the Nonlinear Wiener Process with Random Effects. *Mathematical Problems in Engineering* , 1.
- Tjalling. (1995). *Historical development of the Newton-Raphson method*. Washinton: Western Washington University.
- Tseng, S.-T. P. (2004). Optimal burn-in policy by using an integrated wiener pro. *IIETransactions*, 1161–1170.
- Viviane Ribeiro Branco de Oliveira, E. A. (2004). Comparison of Methods to Estimate the Time-to-failure Distribution in Degradation Tests. *Wiley*.
- W. J. Padgett, M. A. (2004). Inference from Accelerated Degradation and Failure Data Based on Gaussian Process Models. *Kluwer Academic Publishers*.
- Waltraud Kahle, S. M. (2016). *Degradation Processes in Reliability*. Great Britain and the United States : ISTE .
- Wang, Y. (2017). Optimal Design of Step-stress Accelerated. *Wiley Online Library*, 4.
- Williams, D. (1991). *Probability with Martingales*. New York : Cambridge University .
- Williams, D. (1991). *Probability with Martingales*. *Cambridge University Press*.
- Xia, C.-I. (2012). *Permanent magnet brushless DC motor drives and controls*. China: Wiley.
- Xie, Z.-S. Y. (2014). Stochastic modelling and analysis of degradation for highly reliable products. *Appl. Stochastic Models Bus.*, 16-32.
- Xu, W. a. (2013). An Inverse Gaussian Process Model for Degradation. *Technometrics*.
- Xu, X. W. (2010). An Inverse Gaussian Process Model for Degradation Data. *Technometrics*, vol. 52, 188-197.
- Yanez, G. Y. (2003). Modelos y analisis para datos de degradacion. *Revista Colombiana de Estadistica* .
- Yang, G. (2002). Environmental-Stress-Screening Using Degradation Measurements. *IEEE TRANSACTIONS*.
- Yang, G. (2007). *Life Cycle Reliability engineering* . New Jersey : JOHN WILEY & SONS, INC.
- Yang, J. C.-J.-Q. (2012). Statistical Inference of a Time-to-Failure Distribution Derived From Linear Degradation Data. *Technometrics*.
- Yang, L. (2001). International Workshop on Rare Earth Permanent Magnets & Their Applications.
- Yum, H. L. (2010). Optimal design of accelerated degradation tests based on Wiener process models. *Journal of Applied Statistics*.
- ZF. (n.d.). Retrieved from zf.com: [https://www.zf.com/products/en/cars/products\\_31680.html](https://www.zf.com/products/en/cars/products_31680.html)

ZF. (2018, October). *ZF's Innovative Integrated Brake Control System Debuts on Chevrolet Silverado*. Retrieved from Press ZF: [https://press.zf.com/press/en/releases/release\\_2995.html](https://press.zf.com/press/en/releases/release_2995.html)

Zio, E. (2016). Some Challenges and Opportunities in Reliability Engineering . *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILIT.*