



“Metodología de Confiabilidad Weibull para el Diseño de Rodamientos de Bola en base a Esfuerzos de Hertz”

Baldomero Villa Covarrubias



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CIUDAD JUÁREZ

INSTITUTO DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

Departamento de Ingeniería Industrial
Programa de Doctorado en Tecnología

“Metodología de Confiabilidad Weibull para el Diseño de Cojinetes de Bola en base a Esfuerzos de Hertz”

Tesis que presenta como requisito para obtener el grado de

DOCTOR EN TECNOLOGÍA

Baldomero Villa Covarrubias

Director

Dr. Manuel Román Piña Monarrez

Codirector

Dr. Lázaro Rico Pérez

UACJ/POSGRADOS

Ciudad Juárez, Chihuahua, 16 de noviembre de 2021

DEDICATORIA

A Dios

A mis padres por su gran apoyo que me ofrecieron en este proyecto
José Santos Villa y Juana Covarrubias

A mis hermanos

Eleuterio, José Cruz, Elizabeth y Aracely.

A mis cuñados

María Teresa Carrillo, Cecilia Rivas, Luis Basurto y Roberto Holguín

A mis sobrinos

David Villa, Daniela Villa, Edgar Alan Villa, Lizeth Natalia Villa, Itzel Ruby Villa y Luis Basurto.

A mis maestros

A mis amigos

AGRADECIMIENTOS

Mi agradecimiento especial al Dr. Manuel Román Piña Monárrez, mi director de tesis por su gran apoyo en este proyecto, por todas sus enseñanzas como tutor y por el tiempo que me brindó. También por sus consejos a cerca de la vida que me han sido de gran ayuda.

Agradezco su apoyo al comité académico al Dr. Lázaro Rico Pérez, Dr. Roberto Romero y al Dr. Jesús Francisco Ortiz Yáñez.

A la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, al Instituto de Ingeniería y Tecnología, y al Departamento de Ingeniería Industrial y Manufactura por su apoyo ofrecido en este proyecto.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por haberme brindado su apoyo económico.

A mis compañeros de clase en especial al Maestro Manuel Baro Tijerina quien hoy es un gran amigo.

Resumen

En la actualidad en el diseño de elementos mecánicos además de cumplir con factores de seguridad, se debe de cumplir con su confiabilidad. Un ejemplo de ello son los rodamientos de bolas. La mayoría de los fabricantes de rodamientos ofrecen sus productos con una confiabilidad del 90 %. El problema con la estimación de la confiabilidad de estos componentes se debe a que los fabricantes ofrecen una confiabilidad que es obtenida mediante pruebas de cientos de cojinetes en laboratorios usando cargas constantes. Muchos diseñadores o usuarios de maquinaria requieren conocer cuál es la confiabilidad real basada en las cargas que ellos usan en sus equipos. En algunas industrias como la eólica o la aeronáutica se requiere conocer con precisión cual es la vida de un rodamiento para evitar paros y fallas en los equipos.

Durante el siglo XX el desarrollo de la industria de los rodamientos tuvo grandes adelantos dirigidos a mejorar y hacer eficiente su funcionamiento. Los avances que ha tenido esta industria son basados en la mejora de los procesos de fabricación, el mejoramiento de nuevos materiales, la aplicación de conceptos de confiabilidad y la calidad. Los fabricantes de rodamientos muestran en sus catálogos que el proceso de selección de un rodamiento es algo sencillo que contempla unos cuantos pasos. También los libros de diseño mecánico ofrecen información de la selección de un rodamiento. La selección de un rodamiento es un proceso que puede variar de diseñador a diseñador, es decir no existe una solución única que satisfaga la necesidad. Pero existe la necesidad de conocer cuál es la confiabilidad real en cierta aplicación.

La ecuación de vida L_{10} que continua vigente, fue desarrollada en los años 40 por Lundberg y Palmgren. La ecuación es aceptable, pero como se mencionó anteriormente, tal ecuación muestra la confiabilidad en pruebas de laboratorio en donde se usaron cargas constantes a velocidades angulares para conocer el tiempo de vida del rodamiento. Los datos obtenidos se ajustan a una distribución Weibull. En el pasado la ecuación fue criticada debido a que no considera el uso de los esfuerzos de contacto de Hertz generados debajo de la superficie. También fue criticada por que sus desarrolladores no tomaron en cuenta dos artículos publicados por el investigador Waloddi Weibull contemporáneo de ellos. Aún con las críticas mencionadas la ecuación es favorable y sigue rigiendo la industria de los rodamientos.

En esta investigación se formuló una metodología para conocer la confiabilidad real de un rodamiento en una aplicación. La metodología propuesta hace uso de la ecuación L_{10} y toma en cuenta los esfuerzos de contacto de Hertz y hace uso de la distribución Weibull, donde los

parámetros Weibull η (eta) y β (beta) son dinámicos y son obtenidos en base a los esfuerzos de Hertz. La metodología es interesante para los diseñadores que necesitan conocer la confiabilidad en una aplicación de campo.

Contenido

1. Introducción	13
2. El problema y su Entorno	16
2.1 Plantamiento del Problema.....	Error! Bookmark not defined. 6
2.2 Descripción del Problema	Error! Bookmark not defined. 6
2.3 Justificación.....	Error! Bookmark not defined. 7
2.4 Hipótesis.....	Error! Bookmark not defined.
2.4.1 Hipótesis general.....	Error! Bookmark not defined. 8
2.4.2 Hipótesis específicas.....	Error! Bookmark not defined. 8
2.5 Objetivos	Error! Bookmark not defined. 9
2.5.1 Objetivos generales.....	Error! Bookmark not defined. 9
2.5.2 Objetivos específicos.....	Error! Bookmark not defined. 9
2.6 Delimitaciones.....	Error! Bookmark not defined.
3. Marco Teórico	20
3.1 Historia de los rodamientos.....	20
3.2 ¿Qué son los Rodamientos?	21
3.2.1 Tipos de rodamiento.....	2Error! Bookmark not defined.
3.2.2 Rodamientos de bola de ranura profunda de una sola hilera y sus componentes..	22
3.2.3 Tipos de cargas en los rodamientos de bolas de ranura profunda de una sola hilera..	23
3.3 Materiales Usados para los Rodamientos.....	Error! Bookmark not defined.
3.3.1 Materiales para el balón y las carreras	24
3.3.2 Materiales para jaula.....	25
3.4 Geometría de los Rodamientos de Bolas.....	25
3.4.1 Diámetro nominal del eje d_b	26
3.4.2 Diámetro de paso d_e	26
3.4.3 Holgura diametral C_d	26
3.4.4 Altura del hombro S_h	27
3.4.5 Ángulo de contacto β_f	Error! Bookmark not defined. 27
3.5. Tipos de Fallas en los Rodamientos de Bola.....	28
3.5.1 Fallas en los rodamientos de bola causada por los esfuerzos de contacto de hertz.	30
3.6 Teoría de Hertz.....	32
3.7 Vida de los Rodamientos.....	32
3.7.1 Duración nominal o vida L_{10} de un rodamiento	33
3.7.2 Carga dinámica de un rodamiento.....	33
3.8 Desarrollo de la Fórmula de Vida Útil de los Rodamientos	34
3.8.1 Ecuación de Stribeck.....	34
3.8.2 Ecuación de Palmgren.....	35
3.8.3 Ecuación de Waloddi Weibull.....	36
3.8.4 Ecuación de Palmgren y Lundberg	37

3.8.5 Ecuación de Ionides y Harris.....	38
3.8.6 Ecuación de Erwin Zaretsky.....	38
3.8.7 Ecuación de vida ISO 281	38
3.8.8 Desarrollo de la carga dinámica L_{10} de Palmgren y Lundberg	39
3.9 Confiabilidad.....	41
3.10 Distribución Weibull	41
3.11 Resistencia a la Fatiga.....	42
3.11.1 Máquina de prueba R. R. Moore	42
3.11.2 Diagrama S-N o de Wöhler	44
3.11.2.1 Fatiga de bajo ciclaje	45
3.11.2.2 Fatiga de alto ciclaje	45
3.11.2.3 Limite de resistencia a la fatiga (S_e') y Límite de resistencia a la fatiga real (S_e)	46
4. Metodología.....	47
4.1 Metodología Actual.....	47
4.1.1 Selección del rodamiento y cálculo de la vida útil L_{10}	47
4.1.2 Cálculo de los esfuerzos máximos y del esfuerzo cortante máximo usando la teoría de Hertz.....	49
4.2 Metodología Propuesta.....	55
5. Aplicación.....	59
5.1 Caso de aplicacion. Selección de Rodamientos para un Eje Intermedio de un Reductor de Velocidad.....	59
5.1.1 Cálculo de reacciones en el eje.....	60
5.1.2 Aplicación de la metodología actual	63
5.1.3 Cálculo de los esfuerzos de Hertz	64
5.1.4 Aplicación de la metodología propuesta	69
6. Conclusiones.....	Error! Bookmark not defined.3
7. Aportes	74
8. Referencias.....	75
Apendice A. Publicaciones.....	75
A1. Publicación de articulo en revista JCR (“MDPI”).....	75
A2. Publicación de articulo en revista JCR (“DYNA”)	75
A3. Publicación de articulo en revista de divulgación (“IJERT”)	75
A4. Publicación del capítulo 5 del libro “Critical Factors in Industry 4.0”. “A multidiciplinary perspective”).....	75

Apendice B. Participación en congreso internacional.....	75
B1. Participación en “6th annual Word Conference of the Society for Industrial and Systems Engineering”)	75

Lista de Tablas

Tabla 1: Porcentaje de elementos contenidos en el acero AISI 52100	24
Tabla 2: Ecuaciones simplificadas de las integrales elípticas.....	52
Tabla 3: Especificaciones del rodamiento de bolas seleccionado.	64

Lista de Figuras

Figura 1: Tipos de elementos rodantes en un rodamiento	21
Figura 2: Componentes de un Rodamiento de bola de una sola hilera.....	23
Figura 3: Tipos de cargas que soportan los rodamientos.....	23
Figura 4: Geometría principal de un rodamiento de bolas.....	25
Figura 5: Holgura diametral.....	26
Figura 6: Altura del hombro de un rodamiento	27
Figura 7: Ángulo de contacto de un rodamiento.....	28
Figura 8: Esfuerzos de contacto bajo la superficie	31
Figura 9: Deterioro de la carrera.....	31
Figura 10: Máquina de prueba de R. R Moore	43
Figura 11: Probeta estandarizada para máquina de R. R Moore.....	43
Figura 12: Diagrama S-N o diagrama de Wöhler	44
Figura 13: Radios de la carrera exterior y del balón.....	50
Figura 14: Posición de la elipse dependiendo α_r	51
Figura 15: Diseño del reductor de velocidad conectado con un motor.....	59
Figura 16: Vista superior del eje 2.....	60
Figura 17: Fuerzas ejercidas en el diente de un engrane	60
Figura 18: Fuerzas y reacciones en el plano x-y.....	61
Figura 19: Fuerzas y reacciones en el plano x-z	62
Figura 20: Especificaciones del rodamiento	63

1. Introducción

En la actualidad, el diseño de componentes mecánicos se basa en el uso de factores de seguridad que compara los esfuerzos obtenidos contra la resistencia del material utilizado por medio de teorías de falla. El problema es que esas teorías de falla no usan la confiabilidad para mostrar el tiempo de duración de un producto, por lo que es de suma importancia manufacturar productos que sean seguros y que sean confiables (E. V Zaretsky et al., 2003). Algunos diseñadores usan la confiabilidad en los componentes mecánicos, pero ésta es determinada basada en pruebas de duración bajo ciertas variables de trabajo, o muchas veces en base a la durabilidad de productos similares que se produjeron anteriormente.

El rodamiento es un componente mecánico el cual sus diseñadores o fabricantes lo ofrecen con una confiabilidad de 90%, además, ha sido utilizado por décadas en la industria y es difícil encontrar algunas máquinas rotatorias o equipos que no hagan uso de él. Los rodamientos se usan desde grandes máquinas como bombas y turbinas hidráulicas, ferrocarriles, generadores de vapor, equipos bélicos, la industria aeronáutica (Yakout et al., 2019) (Zhang et al., 2017), la industria automotriz, la industria eólica, hasta en máquinas pequeñas como electrodomésticos, juguetes, etc. Los rodamientos a través de los años han sufrido diversas modificaciones que han sido graduales, por lo general estas modificaciones se han llevado a cabo para aumentar su vida, resistir más carga, soportar más velocidad y hacerlos más eficientes (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014). Hoy en día se pueden encontrar en el mercado una gran cantidad de rodamientos de diferentes tipos y tamaños.

En la actualidad, las compañías y la literatura solo muestran cómo se debe llevar a cabo la selección de un rodamiento. La selección es en base a una fórmula L_{10} adoptada por la Norma ISO 281, que representa el 90% de confiabilidad, y lo que la fórmula nos permite es comparar la carga dinámica (resistencia) a la que el rodamiento fue diseñado, contra la carga de diseño obtenida de un análisis estático para obtener las fuerzas resultantes que actúan en el eje donde serán montados los baleros. Con las fuerzas resultantes obtenidas, el diámetro del eje y la

velocidad de giro se busca en el catálogo del fabricante el rodamiento que cumpla con estas especificaciones. Con el rodamiento seleccionado se usa la fórmula L_{10} que compara la carga dinámica del catálogo con la carga equivalente y así se determina las horas de vida del rodamiento, que corresponden con una confiabilidad del 90 %. Lo anterior es una metodología simple ofrecida por los fabricantes de rodamientos y actualmente es utilizada por diseñadores de máquinas y equipos. Además, no existe literatura y los fabricantes no muestran claramente en sus catálogos, en qué condiciones se obtiene la carga dinámica de la fórmula L_{10} antes mencionada. Debido a lo anterior, en este trabajo, se hace un análisis matemático que muestra la obtención de la fórmula L_{10} .

La fórmula L_{10} ofrece una confiabilidad basada en pruebas que se le hicieron a los cojinetes en base a cargas estáticas y a cierta velocidad de giro, para ver cuál era su duración. Los resultados de las pruebas se ajustaron a una distribución Weibull en la cual se obtuvieron los parámetros Weibull η (eta) y β (beta) (Budynas Richard G. and Nisbett Keith., 2015). Así, el problema con el método antes mencionado es que los parámetros η y β fueron determinados para ser estáticos, esto porque son calculados con cargas constantes, es decir, los parámetros fueron tomados bajo condiciones no reales.

El aporte que se hace con esta investigación es ofrecer una metodología que ofrece una ecuación para obtener la confiabilidad de rodamientos de bolas en una aplicación práctica. De esta forma en este trabajo se desarrolla una metodología que muestra la confiabilidad real (dinámica) de los rodamientos en una aplicación práctica, es decir, la confiabilidad bajo condiciones de carga reales, las cuales son diferentes a las cargas usadas por los diseñadores en los laboratorios. La metodología para obtener la confiabilidad real se basa en los esfuerzos de Hertz generados bajo la superficie de la carrera exterior del cojinete y está basada en la distribución Weibull con los parámetros η (eta) y β (beta) dinámicos. Así, la confiabilidad obtenida con la nueva metodología es diferente a la confiabilidad que ofrece el fabricante del rodamiento. Por tal motivo se recomienda usar esta metodología en campos como la industria eólica y la aeronáutica en donde se necesita saber con precisión cual es la vida real de un rodamiento en base a los esfuerzos de Hertz generados. En esta investigación se logró obtener los objetivos planteados y además con la nueva metodología se obtuvo una confiabilidad de una aplicación real de un rodamiento usando los esfuerzos de contacto de Hertz para obtener los parámetros η y β de la distribución Weibull. A partir de los resultados obtenidos se pudo

observar que la confiabilidad de la aplicación es diferente a la confiabilidad que el fabricante de rodamientos ofrece.

Para una fácil comprensión, la tesis está estructurada por capítulos. En el capítulo 1 se presenta una introducción. El capítulo 2 presenta el problema y su entorno. El capítulo 3 presenta el marco teórico y la revisión de literatura. En el capítulo 4, se presenta la metodología actual y la metodología propuesta. El capítulo 5 presenta una aplicación de la nueva metodología a un problema real. En el capítulo 6 se dan las conclusiones y recomendaciones. Finalmente, en el capítulo 7 se presentan los aportes.

2. El Problema y su Entorno

En este capítulo se presentan el planteamiento y la descripción del problema, los objetivos, la hipótesis y la justificación del problema.

2.1. Planteamiento del Problema.

Los fabricantes de rodamientos ofrecen componentes con confiabilidad $R(t)$ que es obtenida al hacer pruebas en laboratorios con características constantes muy diferentes a las que se tienen en aplicaciones reales. Debido a lo anterior la confiabilidad es diferente y por lo tanto el tiempo de vida estimada del rodamiento también.

2.2. Descripción del Problema.

En la actualidad los fabricantes de rodamientos solo ofrecen en sus catálogos procedimientos básicos para hacer la selección de estos en base a la carga que se aplica, la velocidad de giro y el diámetro de base. En la selección de un rodamiento de bolas, la confiabilidad $R(t)$ que ofrece el fabricante es en base a su fórmula de vida L_{10} que fue obtenida a través de probar cientos de rodamientos. Las pruebas se realizaron con una carga constante y con una velocidad de giro para verificar cuanto es el tiempo de duración, ajustando los datos a una distribución Weibull obteniendo los parámetros β y η . El problema es que los valores de β y η son estáticos debido a que la carga que se usó en la prueba es estática. Además, como estos datos fueron obtenidos en el laboratorio la confiabilidad ofrecida por el fabricante de rodamientos es muy diferente a la confiabilidad que se genera en una aplicación real en donde las cargas son distintas a las tomadas por los fabricantes. En adición, la fórmula de vida L_{10} no toma en cuenta los esfuerzos de Hertz y el esfuerzo cortante generado debajo de la superficie que son el mayor motivo de causa de falla en los rodamientos. Los esfuerzos de Hertz deben de ser tomados en consideración al momento de obtener los parámetros de la distribución Weibull, por lo que en una aplicación real se tendrían parámetros β y η diferentes a los que ofrece el fabricante, dando como resultado una

confiabilidad y un tiempo de duración diferentes.

Existen aplicaciones de rodamientos como en las torres eólicas de generación de electricidad en donde sus tiempos de paro para dar mantenimiento son por temporadas y es difícil parar cuando es temporada alta de vientos. Debido a lo anterior es necesario conocer de forma exacta la confiabilidad bajo cargas reales y el tiempo de duración de los rodamientos. En la actualidad no existe *una metodología de análisis eficiente* para determinar la confiabilidad real y la vida de los rodamientos de bola en forma dinámica que tome en cuenta los esfuerzos de Hertz y el modo de falla por cortante iniciado debajo de la superficie de la carrera.

2.3. Justificación.

Para obtener la confiabilidad en un rodamiento se hace uso de la fórmula de la vida L_{10} dada por (1) la cual fue propuesta por los investigadores de la compañía SKF, Lundberg y Palmgren a principios de la década de los 50. En la actualidad la fórmula fue adoptada por la Norma ISO 281.

$$L_{10} = 10^6 \left(\frac{C}{P_{eq}} \right)^k \quad (1)$$

Esta fórmula presenta algunos inconvenientes que se mencionan a continuación:

- Palmgren y Lundberg para validar su fórmula probaron cientos de cojinetes en los años 40 pero fueron solo del modelo 6309 por lo que se debe de probar en otros modelos (E. V Zaretsky, 2013).
- La literatura no menciona cómo Lundberg y Palmgren compararon su fórmula con la distribución Weibull.
- No existe literatura que demuestre de manera clara la obtención de esta ecuación.
- No se tomaron en cuenta los esfuerzos de contacto de la teoría de Hertz debido a la complejidad de análisis de esta teoría.
- En la actualidad existen materiales y procesos de fabricación más avanzados que en los años 40.
- La fórmula compara la carga dinámica C que puede soportar la carrera, contra la carga equivalente que se genera en una aplicación P_{eq} . Además, la fórmula utiliza un exponente carga-vida adaptado bajo condiciones diferentes a las cuales se tendrían en condiciones reales.
- Las ecuaciones no toman en cuenta las exigencias que las máquinas tienen en la actualidad

(ejemplo son los campos eólicos o la industria aeronáutica en donde se requiere conocer con exactitud la vida de un cojinete).

Para obtener la confiabilidad de un rodamiento los fabricantes utilizan la ecuación dada en (2), la cual hace uso del valor L_{10} estimado por la fórmula de la vida L_{10} .

$$R(t) = \text{Exp} - \left(\frac{L_{10}}{\eta} \right)^\beta \quad (2)$$

Los fabricantes ajustan los datos obtenidos de probar miles de cojinetes en base a una carga constante y velocidad de giro para obtener la supervivencia usando la distribución Weibull. Los valores de los parámetros de la distribución Weibull que usa el fabricante son constantes con valores $\beta = 1.483$ y $\eta = 4.459$. El problema es que el valor de beta es estático porque se está tomando con una carga constante. Por lo tanto, el fabricante ofrece una confiabilidad que no es real, sino que fue obtenida bajo condiciones de laboratorio diferentes a las que se tienen en el campo.

De lo anterior se plantea encontrar una metodología para obtener una confiabilidad real y la vida útil real de un rodamiento sometido a cargas reales usando una distribución Weibull en la cual su parámetro β sea dinámico, para lo cual se deben tomar en cuenta los esfuerzos de Hertz debajo de la superficie de la carrera exterior del rodamiento.

2.4. Hipótesis.

En esta sección se muestra la hipótesis general junto con las hipótesis específicas.

2.4.1. Hipótesis General.

1. Es posible generar una metodología para obtener la confiabilidad real (dinámica) en una aplicación de un rodamiento de bola a través de los esfuerzos de contacto máximos de Hertz utilizando la distribución Weibull.

2.4.2. Hipótesis Específicas.

1. Mediante el análisis del círculo de Mohr es posible determinar los esfuerzos de Hertz generados debajo de la carrera del rodamiento de bola para obtener los parámetros β y η de la distribución Weibull.

2. Es posible determinar la confiabilidad particular (real) para la aplicación analizada, basado en

los parámetros Weibull determinados.

2.5. Objetivos.

En esta sección se muestra el objetivo general y los objetivos específicos.

2.5.1. Objetivo General.

Generar una metodología para obtener la confiabilidad real (dinámica) en una aplicación de un rodamiento de bola a través de los esfuerzos de contacto máximos de Hertz utilizando la distribución Weibull.

2.5.2 Objetivos Específicos.

1. Determinar los parámetros β y η de la distribución Weibull mediante el círculo de Mohr generado por los esfuerzos de contacto.
2. Estimar la confiabilidad real (dinámica) de la aplicación particular analizada.

2.6. Delimitaciones.

1. Debido a la complejidad del análisis y a restricciones de tiempo, solamente los cojinetes de bola de carrera profunda son considerados en esta investigación. Su análisis se considera suficiente porque su vida útil está determinada por los esfuerzos de contacto de Hertz.
2. Dado que el enfoque de esta investigación es el esfuerzo de contacto de Hertz, y debido a que la principal falla de los rodamientos es por fatiga, entonces en esta investigación solo se toma en cuenta la falla por fatiga generada debajo de la superficie, dejando fuera (para futuras investigaciones) las fallas causadas por corrosión, por mal mantenimiento, por descarga eléctrica o por mala instalación del rodamiento.
3. Debido a la propiedad del eslabón más débil (la pieza falla por el elemento más débil) y a la propiedad de rango límite (la función densidad acumulada para el análisis está completamente determinada por el número de ciclos y el rango de estrés aplicado), en esta investigación, para el análisis se hace uso solo de la distribución Weibull (Fernández-Canteli, 2009) [Castillo pág. 44].
4. Dado que el desarrollo de la metodología es teórico, no se hará un modelo físico para la validación.

3. Marco Teórico

En este capítulo se describe en breve la historia de los rodamientos, se menciona el concepto de rodamientos, la obtención de la fórmula de vida L_{10} , el concepto de confiabilidad, la distribución Weibull, la teoría de esfuerzos de Hertz, el círculo de Mohr, y conceptos que son usados en esta investigación. Además, se menciona la necesidad de una nueva metodología para obtener la confiabilidad real de un rodamiento.

3.1. Historia de los Rodamientos.

En esta sección se presenta una breve reseña de los rodamientos a través del tiempo. La historia de los rodamientos se remonta a más de 5000 años, no eran los rodamientos como hoy en día los conocemos (Jacobson, 2011). En la antigüedad una forma de rodamiento eran los rodillos para mover cosas pesadas como piedras para construcción. Los romanos (44 y 55 D.C.) desarrollaron 3 tipos de rodamientos (Jacobson, 2011). Mas tarde durante la edad media el desarrollo de los rodamientos estuvo detenido (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014). No fue hasta el renacimiento que el genio Leonardo Da Vinci aportó un gran número de diferentes tipos de rodamientos (Jacobson). En la revolución industrial los rodamientos se usaron en gran cantidad en los carruajes debido a la necesidad de mover mercancías de un lugar a otro. A finales del siglo XIX su uso aumentó debido al auge de las bicicletas. El siglo XX es considerado como la era moderna de los rodamientos en donde se han dado grandes avances y se diseñaron la mayoría de los tipos de rodamientos que tenemos hoy en día. En la actualidad los rodamientos ofrecen un gran campo para investigación y desarrollo, muchos ingenieros y científicos trabajan en proyectos de investigación para mejorar y desarrollar mejores rodamientos (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014).

3.2. ¿Qué son los Rodamientos?

Los rodamientos son componentes mecánicos que permiten el movimiento de giro de un eje y a la vez permiten la sujeción del eje a un bastidor de una máquina. El propósito del rodamiento es reducir la fricción permitiendo el libre movimiento de rotación del eje (Arakere et al., 2010). Los rodamientos son componentes de alta precisión que permiten a las máquinas moverse fácil y eficientemente (Anoopnath et al., 2018). En la actualidad el rodamiento es uno de los elementos de mayor importancia en la industria. Los rodamientos son componentes clave en maquinaria rotativa tales como turbinas, motores, cajas transmisiones de engranes, (Yu et al., 2018) (Dias Machado de Azevedo Henrique; Araujo Mauricio Alex; Bouchonneau Nadège, 2016) (Fengtao, Wang; Chenxi, Liu²; Wensheng, Su; Zhigang, Xue; Hongkun, Li; Qingkai, 2017). También son utilizados en sistemas como rotores de motores, máquinas herramientas y ruedas del tren (W. Guo et al., 2015).

3.2.1. Tipos de Rodamiento.

En la actualidad existen una gran variedad de rodamientos, pero básicamente estos se pueden dividir en el elemento rodante que contienen. Los elementos rodantes pueden ser de bola, de rodillo, de rodillo cónico, de aguja y de rodillos esféricos (Booser, 2017) (Nisbet, 1976). Además, en cada tipo de elemento rodante existen subdivisiones en base al acomodo de estos elementos.

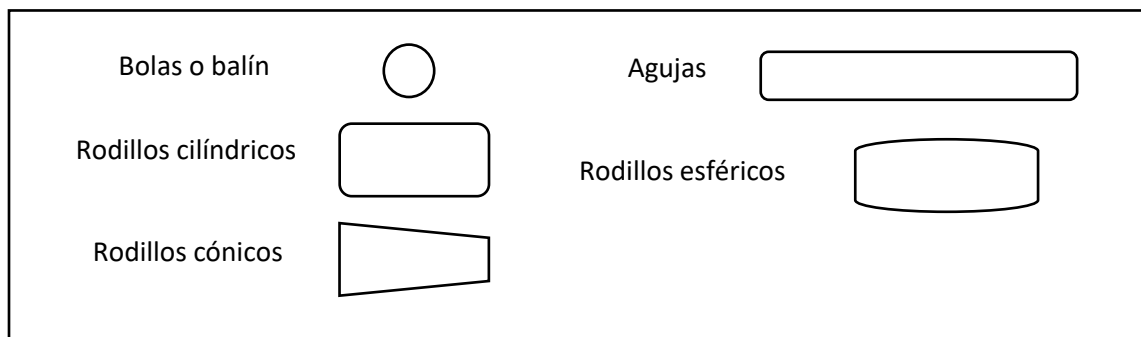


Figura 1. Tipos de elementos rodantes en un rodamiento.

Esta investigación se enfoca en el análisis de los rodamientos de bolas de ranura profunda de una sola hilera.

3.2.2. Rodamientos de Bola de Ranura Profunda de una Sola Hilera y sus Componentes.

Los rodamientos de bola son los más comunes y utilizados en las aplicaciones de mercado, sus componentes (Booser, 2017) (Nisbet, 1976) (ver Figura 2) son los siguientes:

- Aro o carrera interior.

Esta carrera es la que está en contacto con el eje o flecha, la mayoría de las veces esta carrera se mueve junto con el eje, por lo que en pocas ocasiones permanece estática.

- Aro o carrera exterior.

Esta carrera es la que tiene contacto con la estructura, bastidor o marco, la mayoría de las veces esta carrera permanece estática, por lo que en pocas ocasiones tiene movimiento.

- Balines.

Los balines es uno de los componentes más importantes en los rodamientos y sirven para transmitir la fuerza de reacción del eje de la carrera interior hacia la carrera exterior, además el movimiento de estos permite el giro del eje reduciendo la fricción.

- Jaula.

La jaula sirve para permitir una distancia de separación equidistante entre todos los balines que contiene el rodamiento para que no exista contacto entre ellos.

- Sello

El funcionamiento del sello permite que el lubricante que contiene el rodamiento no se salga hacia el exterior de este. Además, evita que suciedad del exterior entre en el rodamiento y lo contamine, provocando una reducción en la vida útil.

Además de estos componentes, los rodamientos llevan lubricante que es esencial para el correcto funcionamiento, reducir la fricción y el calentamiento entre los componentes.

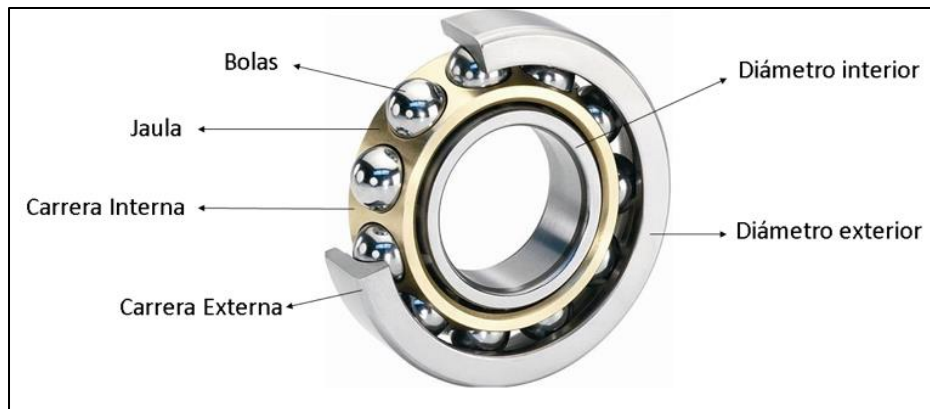


Figura 2. Componentes de un Rodamiento de bola de una sola hilera.

3.2.3. Tipos de Cargas en los Rodamientos de Bolas de Ranura Profunda de una Sola Hilera.

Los rodamientos de bola de una sola hilera de ranura profunda pueden soportar cargas radiales y axiales o también llamadas de empuje (ver Figura 3), además de una combinación de ambas.

Cuando se hacen cálculos las cargas axiales se deben de convertir a cargas radiales.

- Las cargas radiales se aplican en ángulo recto (perpendiculares) con respecto al eje.
- Las cargas axiales o de empuje son aquella que son normales a la sección transversal del eje.

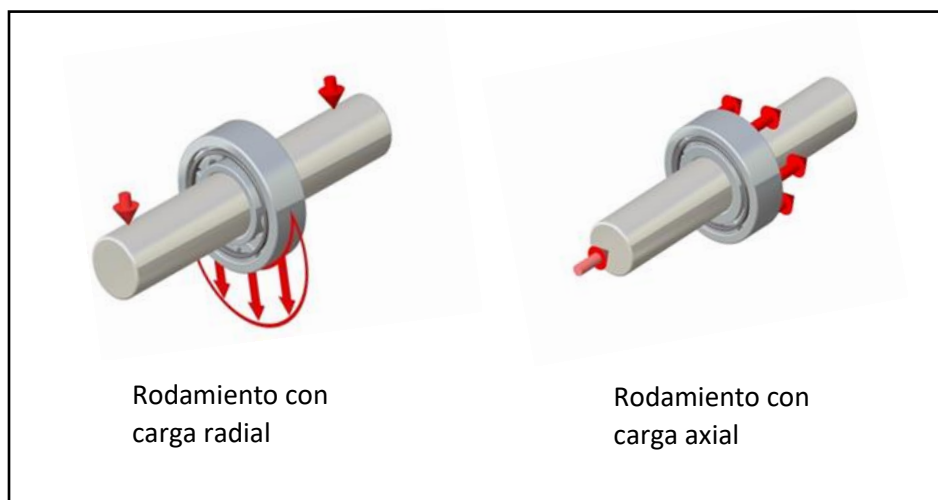


Figura 3. Tipos de cargas que soportan los rodamientos.

En esta investigación el enfoque es en las cargas radiales que actúan en un rodamiento de bolas de ranura profunda de una sola hilera.

3.3. Materiales Usados para los Rodamientos.

En la actualidad los rodamientos están hechos de diferentes materiales, desde aceros, materiales cerámicos, hasta materiales plásticos. Los rodamientos de bola son fabricados de diferentes materiales dependiendo las partes que los componen. La importancia del material usado en la fabricación de los componentes del rodamiento afecta en la confiabilidad y el rendimiento. El material usado en la fabricación de los componentes depende de las condiciones de operación como la magnitud de la carga, la fricción, la deformación y fuerzas de inercia. También puede ser afectada por otros parámetros como las temperaturas, la oxidación y la humedad.

3.3.1. Materiales para el balín y las carreras.

Como se mencionó anteriormente los balines y carreras de los rodamientos pueden estar hechos de materiales como aceros, cerámicos y polímeros. Los materiales más usados en la fabricación de los rodamientos son los aceros inoxidables debido a que son más resistentes a la corrosión de la superficie y pueden soportar grandes cargas. El fabricante de rodamientos SKF utiliza aceros con un alto contenido de cromo, según la normativa ISO 683-17. El acero más usado es el AISI 52100 es uno de los aceros más antiguos e investigados, debido a las exigencias respecto a la durabilidad de los rodamientos que cada vez más son mayores. La nomenclatura del acero AISI 52100 puede variar dependiendo de la región, pero su variación en la composición química es mínima como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Porcentaje de elementos contenidos en el acero AISI 52100.

Designación de País	% Carbón	% Silicón	% Manganeso	% Fosforo	% Cromo	% Molibdeno	% Níquel	% Sulfuro
AISI 52100 USA	0.95-1.1	0.15-0.35	0.5 máx.	0.012 máx.	1.3-1.6	0.08 máx.	0.25 máx.	0.025 máx.
100CR6 Alemania	0.95-1.1	0.15-0.35	0.25-0.45	0.3 máx.	1.35-1.65	0.1 máx.	-	0.02 máx.
SUJ2 Japón	0.95-1.1	0.15-0.35	0.5 máx.	0.025 máx.	1.3-1.6	0.08 máx.	0.25 máx.	0.025 máx.
GCR15 China	0.95-1.05	0.15-0.35	0.25-0.45	0.027 máx.	1.4-1.65	0.1 máx.	0.23 máx.	0.02 máx.

3.3.2. Materiales para Jaula.

Los materiales más usados en las jaulas de los rodamientos son acero estructural y latón, además, se pueden usar polímeros siendo los más comunes el nilón y el acetato moldeado. Otros plásticos utilizados son el fenol formaldehído y la poliamida 66.

3.4. Geometría de los Rodamientos de Bolas.

En cualquier tipo de rodamiento la geometría de sus componentes es de gran importancia para el eficaz funcionamiento de este. Son muchas las variables geométricas que se tienen en un rodamiento de bolas de ranura profunda de una sola hilera, en esta sección se muestra la geometría principal en un rodamiento de bolas (ver Figura 4): el diámetro de paso y holgura, diámetro juego longitudinal, altura del hombro, diámetro del balón, y el ancho del rodamiento. También existen otras características geométricas que son relaciones entre algunas de las características mencionadas en el enunciado anterior como la suma y diferencia de la curvatura, conformidad de pistas, las cuales se analizan en la sección de metodología actual.

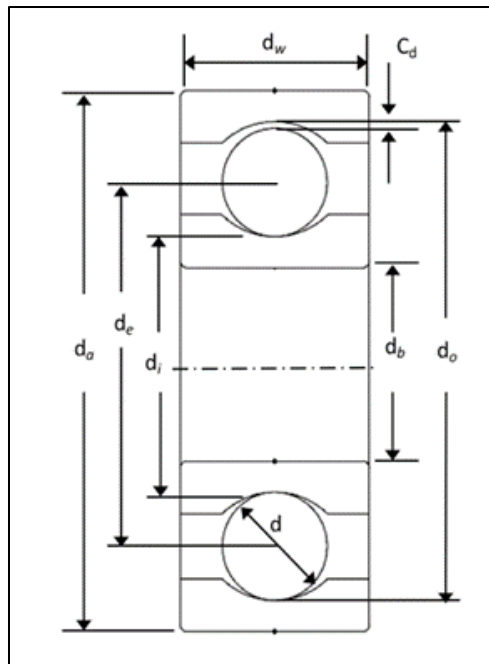


Figura 4. Geometría principal de un rodamiento de bola.

3.4.1. Diámetro Nominal del Eje d_b .

El diámetro Nominal es de gran importancia porque es el diámetro del eje de la máquina en donde se instala el rodamiento. En un catálogo de fabricantes este diámetro es el que sirve para seleccionar el rodamiento.

3.4.2. Diámetro de paso d_e .

Es la media de los diámetros de contacto de las carreras exterior e interior y se define por (3)

$$d_e = \frac{d_o + d_i}{2} \quad (3)$$

En donde:

d_i = diámetro interior

d_o = diámetro exterior.

3.4.3. Holgura diametral C_d .

Se define como la distancia máxima que permite que una bola del rodamiento recorra diametralmente la pista interior respecto a la pista exterior (ver Figura 5), su relación funcional es

$$C_d = d_o - d_i - 2d \quad (4)$$

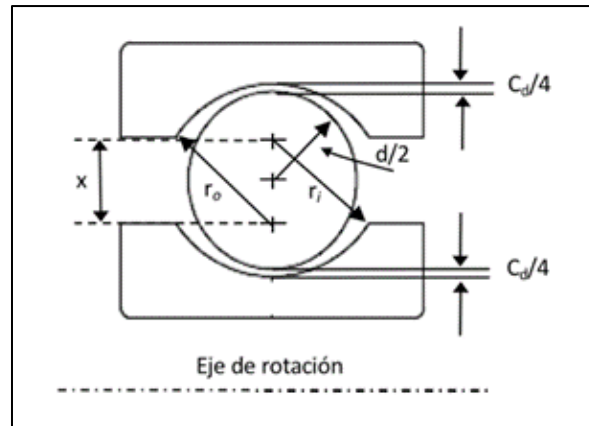


Figura 5. Holgura diametral.

3.4.4. Altura del Hombro S_h .

Es la profundidad que presenta el canal de la pista que se mide desde el hombro hasta el fondo del canal (ver Fig.6) y se expresa en la siguiente fórmula

$$S_h = r(1 - \cos \theta_s) \quad (5)$$

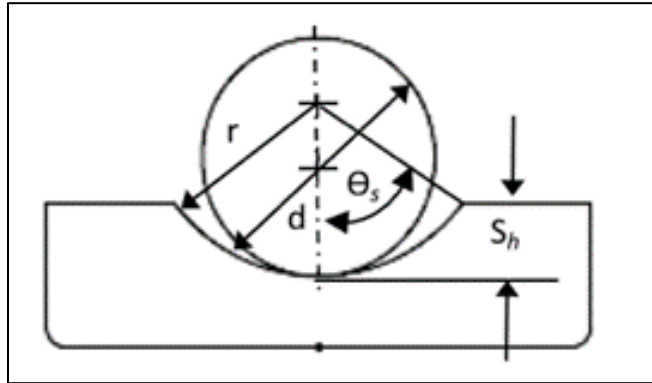


Figura 6. Altura del hombro de un rodamiento.

3.4.5. Ángulo de contacto β_f .

Se define como el ángulo que se forma en el momento en que la bola tiene contacto entre la pista interior y la pista exterior, lo cual tendrá un valor máximo cuando llegue al tope marcado por la altura del hombro (ver Fig. 7). Este ángulo se forma cuando se tienen cargas axiales o de empuje, si no existen tales cargas el valor de β_f es igual a cero. La determinación del ángulo se define como sigue

$$\beta_f = \cos^{-1} \left[\frac{r_o + r_i - \frac{d_e - d_i}{2}}{r_o + r_i - d} \right] \quad (6)$$

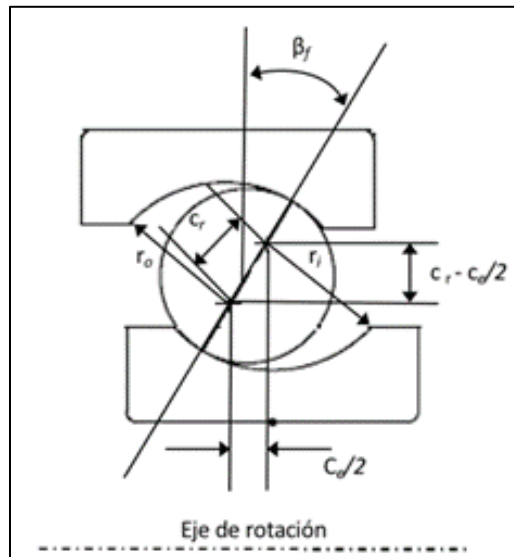


Figura 7. Ángulo de contacto de un rodamiento.

La geometría mencionada anteriormente mencionada es básica y es la necesaria para la selección de un rodamiento en un catálogo de algún fabricante. Para análisis de diseño de un rodamiento o de investigación se requiere hacer consulta en artículos de investigación científica para encontrar más conceptos de geometría de rodamientos que los catálogos de fabricantes no mencionan. También las dimensiones de los rodamientos han sido estandarizadas internacionalmente, por lo que se puede consultar la geometría en las siguientes normativas:

- ISO 15
- ISO 464
- ISO 492
- ISO 582
- ISO 5753-1

3.5. Tipos de Fallas en los Rodamientos de Bola.

El buen funcionamiento de la maquinaria rotativa depende principalmente de las características dinámicas de los componentes rotativos, como ejemplo de los rodamientos (Yakout et al., 2019). Los rodamientos de bolas pueden fallar por diversas causas. El problema es que las fallas no solo afectan el rodamiento, sino que también afectan a toda la cadena de elementos mecánicos de los

que se compone una máquina. Esto porque su estado de funcionamiento impacta en forma directa y significativa en la precisión, confiabilidad y vida útil de toda la máquina (W. Guo et al., 2015). La falla del rodamiento también puede causar accidentes (W. Guo et al., 2015). Además, la falla final de un rodamiento puede conducir a la falla final de un equipo mecánico lo cual trae consigo pérdidas económicas para las empresas (Cui et al., 2019).

Por lo anterior, el estudio y monitoreo del estado de los rodamientos y el diagnóstico inteligente de fallas tienen un valor teórico y práctico importante en ingeniería (Cui et al., 2019) (Song et al., 2018). Las fallas que se pueden presentar en los rodamientos de bola son las siguientes:

- Una de las principales fuentes de fallas es originada desde la manufactura y el mal montaje de rodamientos de bola, estos errores tienen un gran impacto en la vida útil de los rodamientos (Yakout et al., 2019) (Weiss, 2005) (Behzad & Bastami, 2011) (Sales & Gmbh, n.d.) (Yakout et al., 2018).
- Selección de un rodamiento inadecuado o que no cumple con las características requeridas en la aplicación.
- Fallas por exceso de carga. Cuando se carga un rodamiento con una carga mayor a la que fue diseñado causara falla prematura (Sales & Gmbh, n.d.).
- Falla por lubricación inadecuada. Cuando se usa un lubricante inadecuado que no cumple con las especificaciones del fabricante.
- Falla por falta de lubricación. Esta falla se presenta en algunos tipos de rodamientos que requieren lubricación cada cierto periodo de tiempo. Cuando por falta de mantenimiento el rodamiento no se lubrica se produce altas temperaturas causadas por la fricción lo cual hace que el rodamiento se desgaste más rápidamente (Sales & Gmbh, n.d.)(Insight & Europe, n.d.).
- Fallas por corrosión. Cuando el rodamiento se encuentra en ambientes corrosivos y los agentes de corrosión logran penetrar el rodamiento causando daños en las carreras y el balón (Sales & Gmbh, n.d.).
- Fallas por choque eléctrico. Si el rodamiento recibe una descarga eléctrica que cause daño en sus componentes (Sales & Gmbh, n.d.).

- Fallas por fatiga. Esta falla es causada debido a que los materiales tienen su límite de fatiga y que debido al uso se alcanza dicho límite. El problema es que algunos materiales como el acero AISI 52100 no tienen un límite de fatiga especificado.
- Fallas por esfuerzos de contacto o de Hertz. Esta falla se genera debido a que las cargas aplicadas al rodamiento ocasionan esfuerzos de contacto y un esfuerzo cortante el cual es máximo a cierta profundidad, dichos esfuerzos con el paso del tiempo generan grietas bajo la superficie de las carreras las cuales con el paso del tiempo avanzan hasta la superficie ocasionando agujeros en las pistas de las carreras. Este tipo de fallas son las dominantes en los rodamientos (Arakere et al., 2010) (Pandiyan et al., 2012) (Asada et al., 1992)(Bower, 1988).

El enfoque de esta investigación es en fallas generadas bajo la superficie causadas por los esfuerzos de contacto de Hertz.

3.5.1. Fallas en los rodamientos de bola causada por los esfuerzos de contacto de Hertz.

En un rodamiento las cargas se transmiten del eje en donde van montados los rodamientos a la carrera interior, enseguida pasan a los balines y finalmente se transmiten a la carrera fija exterior. En la transmisión de fuerza de la carrera interior hacia los balines y de los balines a la carrera exterior se generan esfuerzos de contacto. Los esfuerzos de contacto generados son grandes en el rango de 2000 MPa, junto con estos esfuerzos se presenta un esfuerzo cortante máximo. El valor del esfuerzo cortante máximo se presenta debajo de la superficie (ver Figura 8) en donde también con el paso del tiempo se presentan grietas las cuales van avanzando hacia la superficie generando pequeños agujeros (Arakere et al., 2010) (Sales & Gmbh, n.d.) (E. V Zaretsky, 2013). Cuando los orificios se presentan en alguna de las dos carreras, el paso de los balines hace que los orificios crezcan (ver Figura 9), lo cual causa vibraciones en el rodamiento afectando su funcionamiento y causando la falla. Además, las grietas que se generan debajo de la superficie actúan como concentradores de esfuerzos haciendo más grande el problema (Bower, 1988).

Es difícil de predecir el tiempo cuando este tipo de falla va a ocurrir. Este problema de predicción se agudiza si las carreras están hechas de un material como el acero AISI 52100, ya que este acero no tiene bien definido su límite de fatiga.

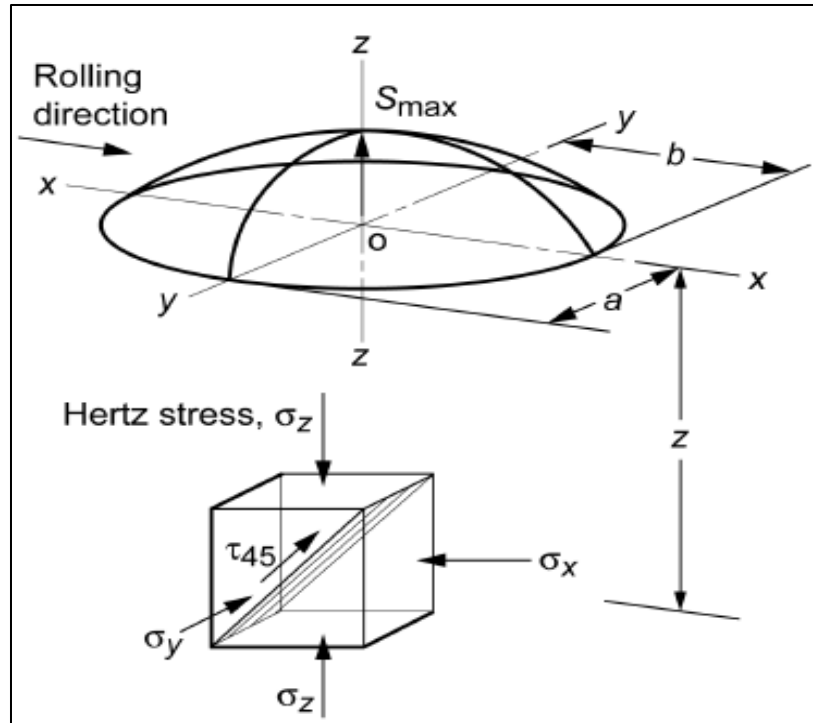


Figura 8. Esfuerzos de contacto bajo la superficie.

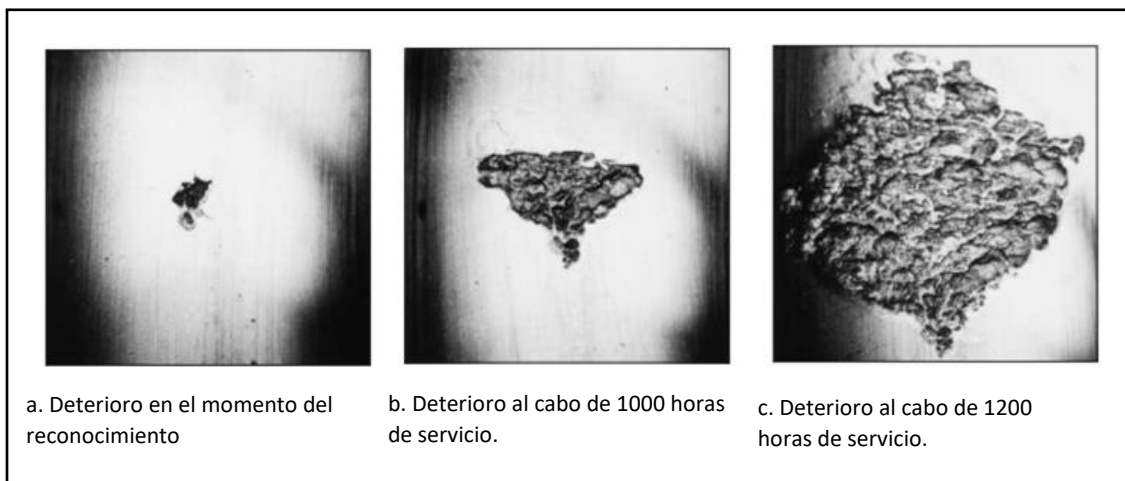


Figura 9. Deterioro de la carrera.

3.6. Teoría de Hertz.

Cuando dos cuerpos sólidos elásticos curvos son presionados entre sí con una carga, ocurre un aplastamiento que deja una forma plana (Anoopnath et al., 2018). Por ejemplo, cuando dos balines se presionan entre sí, un balón y una carrera curva o un rodillo y una superficie plana.

Debido a la superficie plana generada se produce un área elíptica de contacto, además de deformaciones, esfuerzos debajo de la superficie y esfuerzos cortantes. En 1878 Heinrich Hertz encontró que el cálculo de estos esfuerzos era solo aproximaciones y estaban obstaculizadas por valores empíricos (Schmelz, 1992). En enero 1881 en Alemania Hertz publicó un análisis matemático sobre la relación que rige el tamaño y la forma del área de contacto y la distribución de los esfuerzos sobre esta área. El problema es que el desarrollo matemático de Hertz es difícil de entender por los ingenieros mecánicos (Schmelz, 1992). La teoría de Hertz se aplica para la obtención de los esfuerzos en elementos de máquina como rodamientos de bolas y rodillos, engranajes y levas. La teoría de Hertz se aplica si se cumplen las siguientes condiciones (Hamrock & Dowson, 1981) (Schmelz, 1992):

- (1) Los materiales analizados son homogéneos y no se debe de exceder el límite elástico.
- (2) No se inducen fuerzas tangenciales entre los sólidos.
- (3) El contacto está limitado a una pequeña porción de la superficie, tal que las dimensiones de la región de contacto son pequeñas en comparación con los radios de los elipsoides.
- (4) Los sólidos están en reposo y en equilibrio.

En este análisis el cálculo de los esfuerzos de Hertz se explica y se aplica en el capítulo de metodología.

3.7. Vida de los Rodamientos.

En esta investigación el concepto de vida útil de un rodamiento se toma para una falla por fatiga, descartando las fallas por choque eléctrico, mal mantenimiento, falta de lubricación, sobrecarga, mal alineado, corrosión, etc. La vida útil se toma sobre un cojinete que este bien instalado, bien lubricado, este limpio, además que este sellado para evitar la suciedad del polvo y partículas extrañas.

La vida útil de un rodamiento se puede definir como el número de revoluciones o el número de horas de funcionamiento a una velocidad constante dada, que un rodamiento es capaz de resistir antes de iniciar a presentar los primeros síntomas de fatiga (inicio de la grieta) en uno de sus elementos, ya sea en los balines, en la carrera interior o exterior (E. V Zaretsky, 2013). La norma que la asociación de fabricantes de rodamientos antifricción (AFBMA) hace mención que el criterio de falla es la primera evidencia de aparición de fatiga. Por ejemplo la compañía Timken utiliza un criterio de falla el cual es el descascarado o picadura en una zona de 0.01 in^2

(Budynas Richard G. and Nisbett Keith., 2015). Aunque un rodamiento puede seguir funcionando aun cuando aparezcan las primeras evidencias de fatiga.

3.7.1. Duración nominal o Vida L_{10} de un Rodamiento.

Los fabricantes prueban cientos de rodamientos hasta la falla, las pruebas se realizan con cargas constantes a velocidades constantes para obtener la duración nominal o vida L_{10} . No obstante, las pruebas que se realizan en laboratorios demuestran que los rodamientos aparentemente idénticos y funcionando en condiciones aparentemente idénticas, tienen duraciones diferentes (Budynas Richard G. and Nisbett Keith., 2015). Por esta razón, los cálculos están basados en la duración nominal, es decir, vida nominal L_{10} que define que el 90% de los rodamientos funcionarán correctamente y el 10% presentarán fallas prematuras.

La duración especificada por el fabricante está basada en datos que son hipotéticos basados en la carga y velocidad suministrados por el mismo fabricante. El termino de vida L_{10} , introduce un concepto en el cual se tiene un límite de carga que representa la carga máxima que puede soportar el componente, bajo la cual no se producirá la falla del rodamiento en condiciones ideales.

$$L_{10} = L_1 \left(\frac{C}{P_{eq}} \right)^K \quad (1)$$

L_{10} = Revoluciones para el que el 10% de los rodamientos diseñados fallan.

L_1 = 10^6 revoluciones.

C = Carga dinámica especificada por el fabricante.

P_d = Carga de diseño estimada en el paso 1.

K = exponente relación carga vida.

La fórmula L_{10} fue propuesta por los investigadores de SKF, Lundberg y Palmgren a principios de la década de los 50 (Arakere et al., 2010). En la actualidad la fórmula fue adoptada por la Norma ISO 281 y continua vigente.

3.7.2 Carga dinámica de un rodamiento C .

La carga dinámica C de la fórmula de vida L_{10} de un rodamiento se define como la carga que un cojinete soporta en un millón de revoluciones con una probabilidad de sobrevivencia del 90%.

La carga dinámica se usa para seleccionar un rodamiento en un catálogo, la carga equivalente que se tiene en una aplicación debe de ser menor que la carga dinámica. Lo anterior evita que se presenten fallas por sobrecarga o deformaciones plásticas de los componentes. El problema que presenta este concepto es que los fabricantes no mencionan con exactitud como determinan la carga dinámica. Algunos de los factores que se usan para obtener el valor de la carga dinámica son los siguientes:

- Tamaño del elemento rodante.
- Número de elementos rodantes por fila.
- Número de filas de elementos rodantes.
- Conformidad entre los elementos rodantes.
- Ángulo de contacto con carga.
- Propiedades de los materiales.
- Propiedades de los lubricantes.
- Temperatura de operación.
- Velocidad de operación.

Para conocer más sobre el concepto de carga dinámica en la siguiente sección se muestra el desarrollo de la fórmula L_{10} .

3.8. Desarrollo de la Fórmula de Vida Útil de los Rodamientos.

La fórmula de vida L_{10} usada en la actualidad fue desarrollada en el siglo pasado por varios de los investigadores que han hecho grandes aportes a la industria de los rodamientos. Como se vio en la sección 3.6 la teoría de Hertz aportó el desarrollo y la comprensión de los esfuerzos de contacto. Su aporte es de gran importancia en el campo del diseño, pero no ha tenido impacto en el desarrollo de rodamientos. Son varios los investigadores que incluso aceptaron no agregar la teoría de Hertz en sus análisis debido al alto grado de dificultad para comprender los análisis matemáticos de la teoría de Hertz. En las siguientes secciones se muestran los principales aportes que se han hecho a la fórmula de vida L_{10} .

3.8.1. Ecuación de Stribeck.

En el siglo XX Richard Stribeck hizo los primeros aportes de la era moderna de los rodamientos publicando dos artículos en los cuales hizo varios adelantos. Algunos de los aportes de Stribeck

(Jacobson, 2011) son los siguientes:

- Calculó la capacidad de carga estática que puede soportar un rodamiento.
- Calculó la distribución de la carga entre los balines de un rodamiento, además del balín que soportaba la carga más pesada de todo el rodamiento.
- También determinó la carga que puede ocasionar una deformación plástica en el rodamiento. Por lo que propuso que los rodamientos trabajan bien si la carga a la que operan esta debajo de la carga que ocasiona deformación plástica.

Stribeck aportó la siguiente ecuación que relaciona la carga radial con el número de balines y el diámetro de un balín con la constante K de Stribeck (E. V Zaretsky, 2013) (Oswald et al., 2011)(E. V. Zaretsky, 1998).

$$K = \frac{5Q}{Zd^2} \quad (7)$$

En donde

K= constante de Stribeck

Q= carga total radial

d = diámetro del balín

Z = número de balines

El número 5 en la ecuación anterior fue derivado por Stribeck (1901) al analizar el instante en que una carga aplicada a un balín está en forma radial y el juego diametral es cero. El enfoque utilizado por Stribeck fue evaluar la suma finita de varios números de bolas, en seguida, derivó la ecuación para la capacidad de carga estática escribiendo el valor más conservador de 5 para el valor teórico de 4.37 (Hamrock & Dowson, 1981).

3.8.2. Ecuación de Palmgren.

Arvid Palmgren en 1924 aporó a la industria de los rodamientos una ecuación que modificaba la ecuación de Stribeck. Las modificaciones se basaron en los efectos de carga y velocidad. Además, estableció las reglas para las conversiones de cargas axiales y radiales que actúan en un rodamiento en una carga puramente radial o una carga equivalente Q (E. V Zaretsky, 2013) (A. Palmgren, 1924) (E. V. Zaretsky, 1998).

$$Q = R + \gamma A \quad (8)$$

En donde:

R= carga radial

A= carga axial

Q = carga total radial

y = valores en función de la constante K de Stribeck

En 1945, Palmgren modificó la ecuación de 1924 por la ecuación 9 (A. Palmgren and Ruley B., 1945) (Jacobson, 2011) (E. V Zaretsky, 2013) (Tudose, 2010) que convierte las cargas radiales y axiales en una carga equivalente.

$$Q = P_{eq} = C_2 = XF_r + YF_a \quad (9)$$

En donde:

P_{eq} = carga equivalente

F_r = Fuerza radial de la carga

F_a = fuerza axial de la carga

Y= el valor real del cojinete

X= factor de rotación

C_2 = el termino C_2 se usa en catálogos comerciales

3.8.3. Ecuación de Waloddi Weibull.

En 1939, Waloddi Weibull hizo aportes al desarrollo de los rodamientos con la publicación de dos artículos “Una teoría estadística de la resistencia de materiales” (Weibull, 1939a) y “El fenómeno de la ruptura en sólidos” (Weibull, 1939b) (E. V Zaretsky et al., 2003). El resultado de las investigaciones de Weibull se obtuvo una ecuación de vida (10).

$$L = \left[\frac{1}{\tau} \right]^{\frac{c}{e}} \left[\frac{1}{V} \right]^{\frac{1}{e}} \quad (10)$$

L= vida de contacto en revoluciones

τ = es el esfuerzo cortante crítico

V= volumen estresado

c/e = el exponente de relación vida esfuerzo

e=constante del material

El problema con la fórmula de Weibull para la vida de rodamientos es que no fue adoptada por otros investigadores. El investigador Erwin Zaretsky menciona en (E. V Zaretsky, 2013) que Weibull sugirió a Palmgren y Lundberg usar su ecuación, pero no la usaron o no existe evidencia escrita de que la usaron.

3.8.4. Ecuación de Palmgren y Lundberg.

En 1947 Palmgren junto con Gustaf Lundberg desarrollaron una fórmula de vida para rodamientos de bola y rodillo. La fórmula fue publicada en la misma época que el trabajo de Weibull. Palmgren-Lundberg realizaron su fórmula de vida L_{10} que se apega a una distribución Weibull, el problema es que no tomaron en cuenta los esfuerzos de contacto de Hertz (E. V Zaretsky et al., 2003). Además, la literatura no menciona la manera en que ellos obtuvieron los parámetros para la distribución Weibull. La ecuación 11 fue desarrollada por Palmgren and Lundberg (E. V Zaretsky et al., 2003) (Harris & Yu, 1999) (E. Y. Zaretsky, 1986).

$$L \sim \left[\frac{1}{\tau_0^c} \right]^{\frac{c}{e}} z_0^{\frac{h}{e}} \left[\frac{1}{V} \right]^{\frac{1}{e}} \quad (11)$$

En donde:

L= vida de contacto en revoluciones

τ = es el esfuerzo cortante critico

V= volumen estresado

c/e = el exponente de relación vida esfuerzo (E. V Zaretsky et al., 2003).

c= constante del material

e= constante del material

h = profundidad donde se presenta el esfuerzo cortante

En esta ecuación Palmgren y Lundberg tomaron en cuenta que la fuerza causa un esfuerzo cortante máximo debajo de la superficie y que existe un volumen que sufre un esfuerzo. Además, usaron la teoría ortogonal del esfuerzo cortante y asumieron que la propagación de la grieta iniciaba en una profundidad h (E. V Zaretsky, 2013). Desarrollando esta ecuación se llega a la ecuación actualmente adoptada por ISO 281.

$$L_{10} = L_1 \left(\frac{c}{P_{eq}} \right)^K \quad (1)$$

3.8.5. Ecuación de Vida de Ioannides y Harris.

En 1986 E. Ioannides y T. A Harris introdujeron el esfuerzo cortante a la fatiga (τ_u) en la ecuación de Palmgren dando como resultado la ecuación 12 (Ioannides & Harris, 1986)(E. V Zaretsky, 2013).

$$L \sim \left[\frac{1}{\tau_o - \tau_u} \right]^{\frac{c}{e}} Z_0^{\frac{h}{e}} \left[\frac{1}{V} \right]^{\frac{1}{e}} \quad (12)$$

Otra cuestión es que Ioannides-Harris introdujeron el concepto de fatiga en la ecuación, pero se supone que el uso de la fatiga en los cojinetes daría vida infinita y en la mayoría de los casos los cojinetes fallan por fatiga que se presenta en forma de grietas bajo la superficie estresada, dichas grietas con el tiempo se van propagando hacia el exterior de las carreras o los balines haciendo que estos fallen. Debido a lo anterior, el concepto de fatiga que menciona que se puede lograr vida infinita no se cumple en este caso.

3.8.6. Ecuación de Vida de Erwin Zaretsky.

En 1994 Erwin Zaretsky desarrollo una ecuación basada en la ecuación de Palmgren y Lundberg (E. V Zaretsky et al., 2003) (E. V Zaretsky, 2013) en donde el valor de c lo hizo independiente de e. Además, al exponente c le tomó un valor de 9

$$L \sim \left[\frac{1}{\tau_o} \right]^c \left[\frac{1}{V} \right]^{\frac{1}{e}} \quad (13)$$

3.8.7. Ecuación de Vida ISO 281.

La fórmula L_{10} desarrollada por Palmgren y Lundberg fue incorporada por ANSI/ABMA y la norma ISO 281 (E. V Zaretsky, 2013) (ISO, 2008) (ABMA 9., 1990), y la ecuación continua vigente en el cálculo de vida de un rodamiento.

3.8.8. Desarrollo de la carga dinámica de la ecuación de vida L_{10} de Palmgren y Lundberg.

La ecuación de vida L_{10} (1) desarrollada por Palmgren y Lundberg y adoptada por la norma ISO 281 usa la capacidad de carga dinámica (C), cuando se selecciona un cojinete este es un valor que debe ser mayor que la carga equivalente. Es raro que un catálogo muestre como se obtiene la capacidad de carga dinámica, a continuación, se muestra cómo se obtiene dicha carga.

Suponiendo que el material tiene un límite a la fatiga, lo cual significa que puede soportar un número ilimitado de cargas en un nivel de carga bajo o debajo de este, la curva de vida útil será asintótica, pero debido a que el material tiene un límite o un límite de fractura la curva debe ceder. Si se asume que la curva tiene un perfil de una función exponencial (E. V Zaretsky, 2013), la relación existente entre la carga y el número de ciclos de carga a la fatiga será

$$K = c(an + e)^{-x} + u \quad (14)$$

En donde:

n= número de ciclos en millones

u = límite de fatiga

x= el exponente

K= Stribeck stress contact

c = constate del material

a= número de ciclos de carga en un punto con la exposición de carga máxima

e = constante del material

En la ecuación 14 despejando u hacia el otro lado

$$K - u = c(an + e)^{-x}$$

Elevando toda la ecuación a x para eliminar -x

$$\left[\frac{K - u}{c} = (an + e)^{-x} \right]^x$$

$$\left[\frac{K - u}{c} \right]^x = (an + e)^{-1} = \frac{1}{(an + e)}$$

Resultando la siguiente ecuación

$$(an + e) = \left[\frac{c}{K - u} \right]^x = \frac{c^x}{[K - u]^x}$$

Despejando e para dejar solo el término an

$$an = \left[\frac{c}{K - u} \right]^x - e$$

La vida en millones de ciclos resulta ser el termino an, como se muestra en la siguiente fórmula

$$Vida \text{ (millones de ciclos)} = \left[\frac{c}{K - u} \right]^x - e$$

Sustituyendo en la ecuación anterior la ecuación de Stribeck $K = \frac{5Q}{Zd^2}$ entonces

$$Vida \text{ (millones de ciclos)} = \left[\frac{c}{\frac{5Q}{Zd^2} - u} \right]^x - e$$

Eliminando el concepto de fatiga para los cojinetes de acero $u=0$ y la constante del material $e=0$, además, como $P_{eq} = Q$, donde f_c es el coeficiente de geometría y está dado por (15) sustituyéndolo en la ecuación anterior

$$f_c = \frac{c}{5} \quad (15)$$

$$Life(\text{millones de ciclos}) = \left[\frac{f_c d^2 Z}{P_{eq}} \right]^x$$

La capacidad de carga dinámica C depende del factor de geometría f_c , del diámetro d del balón del rodamiento, y del número de balines en el balero Z (E. V. Zaretsky et al., 2012), por lo tanto, se sustituye C en la ecuación anterior

$$C = f_c d^2 Z \quad (16)$$

Obteniendo

$$Vida \text{ (millones de ciclos)} = \left[\frac{C}{P_{eq}} \right]^x \quad (17)$$

La ecuación anterior es la ecuación que se conoce como L_{10}

$$L_{10} = \left[\frac{C}{P_{eq}} \right]^x \quad (18)$$

Esta es la fórmula general para encontrar la vida en rodamientos. Si se tiene un rodamiento de balines la fórmula toma el exponente 3, si es para rodamiento de rodillos toma el valor de 3.3.

El termino L_{10} se refiere a la vida en millones de la carrera interior a la cual el 10% de la población va a fallar y el 90 % va a sobrevivir. En donde C es la capacidad de carga dinámica que un rodamiento diseñado puede soportar.

Como se puede observar son diferentes las variables que se usan para calcular la vida del cojinete. La ecuación de vida L_{10} fue desarrollada por Palmgren y Lundberg en los años 40's y ha sufrido pequeños cambios a través de los años hechos por Ioannides-Harris y Zaretsky, aun así, se considera que la formula mantiene la base proporcionada por Palmgren y Lundberg.

3.9. Confiabilidad.

Se define confiabilidad como la probabilidad que un producto, componente o equipo funcione adecuadamente a través de un periodo de tiempo t en ambientes especificados a un nivel de confianza dado. Otra forma de definir confiabilidad es calidad que a través del tiempo. En la actualidad el concepto de confiabilidad se aplica en todas las áreas de diseño de productos. Un ejemplo, en el diseño de rodamientos de bolas, en donde se desea conocer su tiempo de vida. Los diseñadores mecánicos utilizan factores de seguridad en donde comparan el esfuerzo generado en el componente contra la resistencia del material, pero la mayoría de las veces no toman en cuenta el concepto de confiabilidad, el cual va más allá que un factor de seguridad. La confiabilidad analiza el tiempo de vida de un producto el cual puede ser medido en ciclos, revoluciones, horas, años dependiendo el tipo de producto. En el periodo de tiempo analizado se espera que el producto opere satisfactoriamente sin que se presenten fallas. En este análisis la función de distribución que se usa es la distribución Weibull.

3.10. Distribución Weibull.

La distribución Weibull fue desarrollada a mitad del siglo XX por el ingeniero mecánico Waloddi Weibull, como se mencionó anteriormente Weibull también se adentró en el diseño de rodamientos. En 1951, Weibull publicó un artículo llamado "A statistical distribution function of wide applicability" del cual surgió la distribución Weibull (Dodson 2006)

En este análisis se usa una distribución Weibull de dos parámetros definida por el parámetro (β) o parámetro de forma que determina la forma o perfil de la distribución y el parámetro teta (η) que indica la escala de la distribución, es decir muestra que tan aguda o plana es la distribución.

La función de densidad de probabilidad de la distribución Weibull de dos parámetros está dada por:

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \quad (19)$$

Por la tanto su función de confiabilidad es:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \quad (20)$$

3.11. Resistencia a la fatiga.

La fatiga es un fenómeno que afecta a los materiales que componen los elementos de maquina y a muchos productos afectado la vida útil de estos y pudiéndolos provocar la falla aun cuando los esfuerzos a los que se somete la pieza estén por debajo del límite elástico, un ejemplo es cuando se rompe un alambre doblándolo hacia atrás y adelante en forma repetitiva hasta que se rompe (Mlikota et al., 2018). Cuando se analiza el rompimiento del alambre la carga que se aplica para romperlo no es de gran magnitud, la cargase debe de aplicar en forma repetitiva para lograr la fractura. Al igual que el alambre, los elementos de las maquinas pueden fallar aun cuando no se les aplica una carga que pueda causar la fractura superando el esfuerzo de cedencia o el esfuerzo ultimo de tensión o compresión del material, cargas de menor magnitud, pero en forma repetitiva causan que el material se fatigue y se fracture a través del tiempo, por lo tanto, la fatiga es fenómeno de acumulación de daño. La fatiga es una preocupación en cualquier elemento de máquina que estén presentes los esfuerzos cíclicos La fatiga se aplica en escalas microscópicas y macroscópicas, es decir se puede presentar en la falla de un cojinete hasta en la fragmentación de un barco en dos.

3.11.1. Máquina de prueba R. R. Moore.

Para determinar la resistencia a la fatiga de los materiales bajo cargas cíclicas se usa la máquina de prueba R. R. Moore (figura 10). La máquina utiliza probetas estandarizadas (figura 11). La

probeta se sujeta a la maquina y se hace girar estando al mismo tiempo de estar sometida a una carga que produce flexión pura (sin cortante transversal) mediante pesos. La flexión y la rotación producen un esfuerzo cíclico de tensión y compresión en la probeta. La máquina posee un contador de revoluciones para detectar el número de ciclos cuando el esfuerzo cíclico genere la falla.

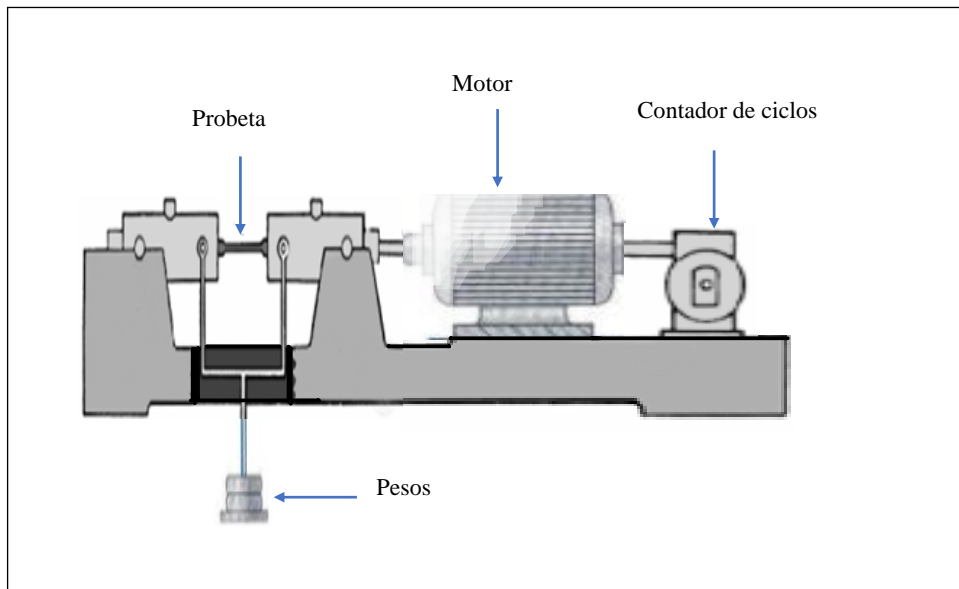


Figura 10. Máquina de prueba de R. R. Moore.

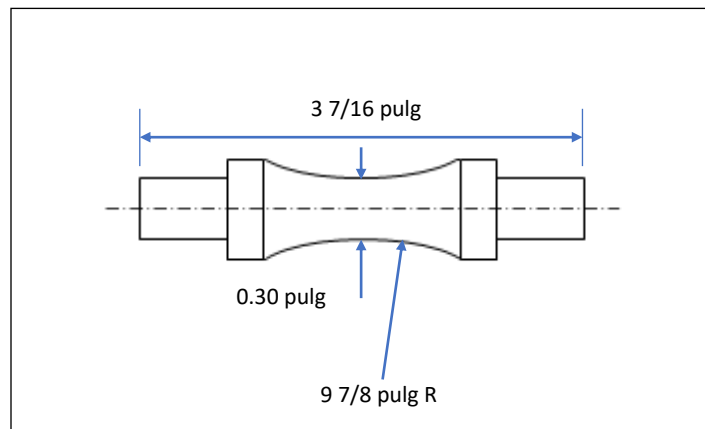


Figura 11. Probeta estandarizada para máquina de R. R. Moore.

3.11.2. Diagrama S-N o de Wöhler.

A partir de los experimentos a la flexión de la viga rotatoria, el ingeniero alemán August Wöhler graficó la relación de la resistencia a la fatiga respecto al número de ciclos a la falla de la probeta, las gráficas obtenidas fueron llamadas diagramas Wöhler (en honor a August Wöhler) o diagramas de S-N (donde S es el esfuerzo y N es el número de ciclos) (Şik et al., 2018). Además, al analizar distintos materiales Wöhler descubrió que existen materiales que tienen un límite de resistencia a la fatiga y otros materiales que no presentan límite de resistencia a la fatiga (S_e). El diagrama S-N (figura 12) es de un material que tiene límite de resistencia a la fatiga, en este diagrama la resistencia a la fatiga se representa en el eje de las ordenadas y los ciclos van en el eje de las abscisas de manera logarítmica (si se usan coordenadas cartesianas se percibe una línea recta sin pendiente y no se distinguirían las diferentes etapas de los ciclos) (Şik et al., 2018).

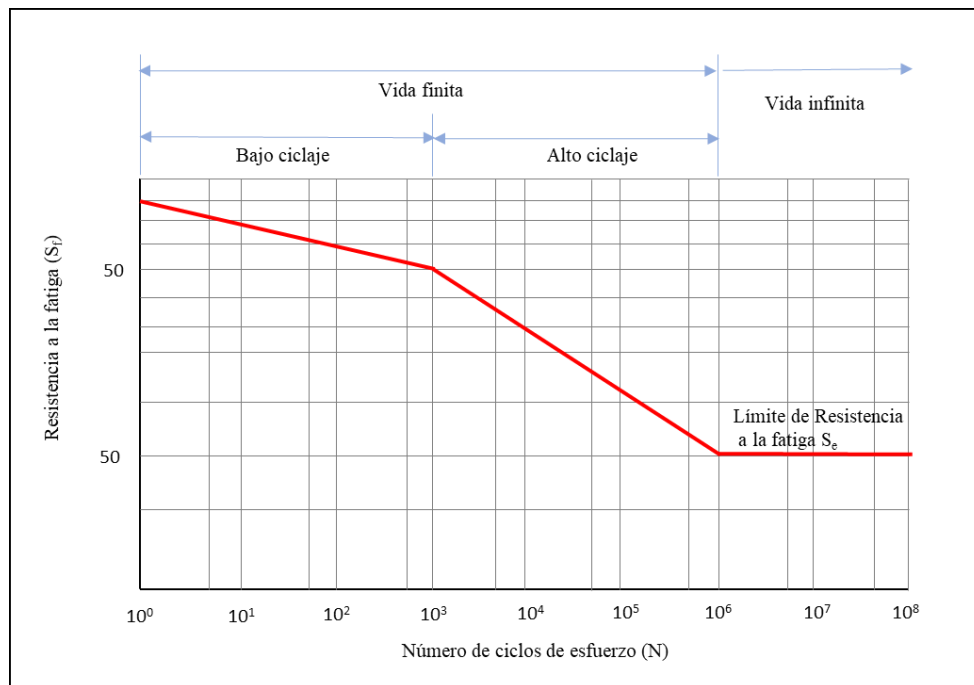


Figura 12. Diagrama S-N o diagrama de Wöhler.

La resistencia a la fatiga inicia con el valor del esfuerzo último del material (S_{ut}) cuando el número de ciclos es cero. Cuando el material se somete a cargas cíclicas la resistencia a la fatiga empieza a reducir su valor. El diagrama S-N muestra diferentes etapas del número de

ciclos fatiga bajo ciclaje, fatiga de alto ciclaje y vida infinita (Budynas Richard G. and Nisbett Keith., 2015) (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014)(Pedersen, 2018) .

3.11.2.1. Fatiga de bajo ciclaje.

La fatiga de bajo ciclaje se presenta hasta los 1000 ciclos, aquí la pendiente es mínima. En esta sección se pueden diseñar elementos de máquina que requieren pocos ciclos. Esta zona está en la sección de vida finita.

3.11.2.2. Fatiga de alto ciclaje.

En el diagrama S-N donde termina la zona de bajo ciclaje comienza la fatiga de alto ciclaje, es decir, a los 10^3 ciclos, el fin de la zona de alto ciclaje varía dependiendo el tipo material y va de 10^6 ciclos a 10^7 ciclos, en la figura 12 la fatiga de alto ciclaje va de 10^3 a 10^6 ciclos. En la pendiente generada en la zona de alto ciclaje se puede obtener el número de ciclos en los cuales una pieza sometida bajo un esfuerzo puede fallar, o viceversa, si se conoce el número de ciclos en los cuales una pieza falla se puede obtener el esfuerzo que genera la falla. Por lo tanto, la resistencia a la fatiga en la zona de alto ciclaje se puede expresar mediante la siguiente ecuación

$$\log S'_f = b_s \log N'_t + C \quad (21)$$

En donde:

C = es la intersección

b_s = es la pendiente

N'_t = es el número de ciclos a la falla

S'_f = es la resistencia a la fatiga

De la ecuación anterior se despeja la resistencia a la fatiga S'_f quedando de la siguiente manera

$$S'_f = 10^C (N'_t)^{b_s} \quad (22)$$

La ecuación anterior debe ser usada de $10^3 \leq N'_t \leq 10^6$. También se puede despejar el número de ciclos si se conoce la resistencia a la fatiga.

$$N_t' = (S_f' 10^{-c})^{1/b_s} \quad (23)$$

La ecuación anterior debe ser usada de $10^3 \leq N_t' \leq 10^6$. La pendiente b_s se obtiene con la siguiente ecuación

$$b_s = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{S_l'}{S_e'} \right) \quad (24)$$

En donde $S_l' = 0.75 S_u$

El valor de S_e' puede variar dependiendo el tipo de carga al cual está sometido el elemento mecánico, para los aceros se toman los siguientes datos

$$S_e' = 0.5 S_u \quad \text{flexión} \quad (25)$$

$$S_e' = 0.45 S_u \quad \text{axial} \quad (26)$$

$$S_e' = 0.29 S_u \quad \text{torsión} \quad (27)$$

También el S_e' se encuentra en catálogos de materiales o sitios Web especializados. La intersección se obtiene con la siguiente ecuación

$$C = \log \left[\frac{(S_l')^2}{S_e'} \right] \quad (28)$$

Las ecuaciones 21, 22, 23, 24 y 28 se conocen como las ecuaciones de Basquin.

3.11.2.3. Límite de resistencia a la fatiga (S_e') y Límite de resistencia a la fatiga real (S_e).

El límite de resistencia a la fatiga es la zona en donde un elemento de máquina puede alcanzar una vida infinita, es decir es donde teóricamente la falla a la fatiga no se presentará. Sin embargo, el valor de S_e' se reduce por diversos factores como el acabado superficial, la temperatura, la geometría, la carga, el medio ambiente, etc, convirtiéndolo en el límite de resistencia a la fatiga real (S_e) (Strzelecki & Sempruch, 2016) (Budynas Richard G. and Nisbett Keith., 2015).

4. Metodología

La estructura de este capítulo presenta primero la metodología actual que se hace para seleccionar un rodamiento de una sola hilera de ranura profunda. En adición, se presenta la forma para determinar analíticamente el esfuerzo cortante máximo ($\tau_{máx}$) que ocurre en la carrera exterior de un rodamiento en base a la teoría de esfuerzos de Hertz. Además, en este capítulo se muestra la nueva metodología para obtener la confiabilidad real en una aplicación del rodamiento a través de la distribución Weibull por medio de los parámetros β y η .

4.1. Metodología Actual.

Actualmente la metodología que se usa para la selección de un rodamiento ha estado vigente desde hace varias décadas. La metodología actual es mostrada en los catálogos de los fabricantes de rodamientos, y en algunos libros de diseño mecánico. La metodología es un proceso simple ya que se basa en conceptos de mecánica de materiales. Abarca desde la selección del rodamiento, hasta el cálculo de la vida L_{10} .

4.1.1. Selección del rodamiento y cálculo de la vida útil L_{10} .

La selección de un rodamiento requiere conocer las cargas que soportan los cojinetes. Para obtener el valor de las cargas o reacciones que el eje transmite al rodamiento, se hace un análisis estático en donde el eje soportado por los rodamientos se considera como una viga sometida a fuerzas radiales. Las cargas que soporta el rodamiento dependen del tipo de componente mecánico que el eje soporta, pueden ser engranes, bandas, cadenas, levas, etc. Dependiendo la aplicación que se va a analizar, las cargas a soportar pueden ser radiales o axiales.

Si se tiene una combinación de cargas axiales y radiales, estas se deben de convertir en

una carga radial equivalente P_{eq} mediante la ecuación

$$P_{eq} = XF_r + YF_a \quad (9)$$

Los valores de X y Y se encuentran en la tabla de (Sales & Gmbh, n.d.) (Insight & Europe, n.d.). Si no hay cargas axiales o de empuje y solo se tienen cargas radiales, entonces $F_r = P_{eq}$, (en esta investigación solo se analizan cargas radiales). Cuando se obtiene el valor de la P_{eq} se inicia con el siguiente paso.

Paso 1. Determine la carga de diseño P_d a la que el rodamiento estará sujeto.

Esta carga está determinada por el factor de rotación V y la carga equivalente P_{eq} a la que el rodamiento está sometido. Para el cálculo de P_d se utiliza la ecuación (29) en donde el factor de rotación $V=1$ si el aro interior del rodamiento es el que gira, o $V = 1.2$ si el que gira es el aro exterior.

$$P_d = VP_{eq} \quad (29)$$

Paso 2. Seleccione el rodamiento a utilizar.

La selección del rodamiento se realiza basado en la carga de diseño P_d estimada en el paso anterior, el diámetro del eje en el que el rodamiento va a ser instalado y la velocidad de giro. Además, se debe de conocer la aplicación en la que se va a usar el rodamiento para saber qué tipo de elementos lo integran pudiendo ser estos: bolas, cilindros, cilindros cónicos o de agujas. Conociendo el tipo de elemento del rodamiento, se hace una selección de un rodamiento en un catálogo de algún fabricante.

El rodamiento seleccionado debe cumplir con algunas restricciones las cuales son:

- El diámetro interior del rodamiento debe ser igual al diámetro de la flecha en la que va a ir montado.
- Las revoluciones del eje deben ser menores que las revoluciones especificadas en el catálogo.
- La carga a la que se somete el cojinete no debe sobrepasar la carga dinámica C especificada en el catálogo.

Una vez con el rodamiento seleccionado el siguiente paso es obtener la vida L_{10} .

Paso 3. Determine la vida de diseño L_{10} del rodamiento.

Una vez seleccionado el cojinete se debe obtener la vida L_{10} que puede soportar bajo la carga de

diseño P_d , y con la carga dinámica C y el exponente K :

$$L_{10} = L_1 \left(\frac{C}{P_d} \right)^K \quad (1)$$

Los tres pasos anteriores muestran la metodología básica o común que se utiliza para seleccionar un rodamiento y obtener la vida L_{10} en una aplicación. La selección del rodamiento es un proceso que puede variar dependiendo del diseñador, por lo que no se tiene un resultado preciso (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014).

Los siguientes pasos es conocer los esfuerzos máximos y el esfuerzo cortante máximo en base a la teoría de esfuerzos de contacto de Hertz.

4.1.2. Cálculo de los esfuerzos máximos y del esfuerzo cortante máximo usando la teoría de Hertz.

Al estar en contacto el balón con la carrera exterior se generan esfuerzos debajo de la superficie, el cálculo de estos esfuerzos se hace usando la teoría de Hertz. Para hacer uso de la teoría de Hertz se deben conocer varios parámetros geométricos y del material, tales como los radios de la carrera exterior, el diámetro del balón, la relación entre los radios del balón y de la carrera exterior, los semiejes a y b del área elíptica que se genera, las ecuaciones de las integrales elípticas, además de los módulos de elasticidad y relación de Poisson del material del balón y de la carrera. La obtención de estos parámetros se muestra en los siguientes pasos.

Paso 4. Determine la curvatura total R del rodamiento.

Para determinar el radio de la curvatura total R , es necesario conocer las dimensiones del balón y de la carrera exterior. La curvatura total R es la relación que existe entre los radios de la carrera exterior y el balón. Algunos catálogos de rodamientos proporcionan las dimensiones del balón, pero no proporcionan las dimensiones de los radios de la carrera exterior. No obstante, una vez que se conoce el diámetro del balón, se puede obtener las dimensiones de los radios de la carrera usando la fórmula de conformidad de la pista (f_i) que relaciona el radio de curvatura de la carrera (r_{by}) con el diámetro del balón (d) como lo muestra la ecuación (30), (Pandiyarajan et al., 2012) (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014)(E. V. Zaretsky et al., 2012)

$$f_i = \frac{r_{by}}{d} \quad (30)$$

De la ecuación anterior se despeja el radio de la pista (r_{by}) obteniendo

$$r_{by} = f_i d \quad (31)$$

Los radios de la carrera exterior son dos, r_{by} que ya se mencionó y r_{bx} que es medido desde lo más profundo de la curvatura al centro del cojinete, ambos se muestran en la Figura 13.

Para obtener r_{bx} se utiliza la siguiente ecuación

$$r_{bx} = \frac{d_e - d \cos \beta}{2 \cos \beta} \quad (32)$$

En donde

d_e = diámetro del centro de un balín al diámetro de otro balín en el eje x.

d = diámetro del balín.

β = es el ángulo de desfase en del balín (en este caso es igual a 0 porque hay cargas axiales).

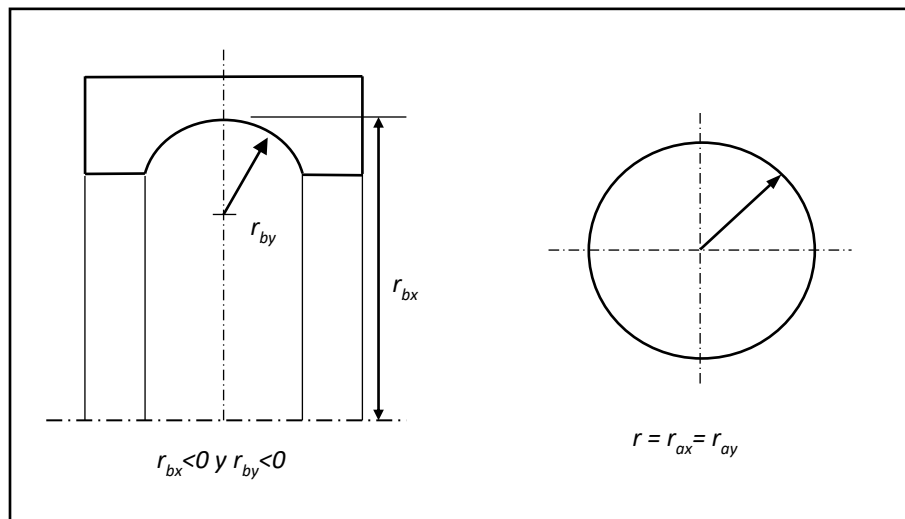


Figura 13. Radios de la carrera exterior y del balín.

Conociendo los radios del balín y la carrera exterior, se determina la curvatura total (R) que está dada por la curvatura R_x que se genera en la dirección del eje x' y está en función de r_{ax} y r_{bx} , y por la curvatura R_y que se genera en la dirección del eje y' y está en función de r_{bx} y r_{by} (ver Figura 13), y se obtiene por medio de las ecuaciones (33 a 35) (Pandiyarajan et al., 2012) (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014) (The Society of Automotive Engineers, 1979).

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \quad (33)$$

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{r_{ax}} + \frac{1}{r_{bx}} \quad (34)$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{r_{ay}} + \frac{1}{r_{by}} \quad (35)$$

Una vez que se obtiene las geometrías del balón, la carrera exterior y la relación de radios, los siguientes pasos se enfocan en obtener los parámetros de las ecuaciones elípticas usados para determinar los ejes de la elipse o los semiejes a y b.

Paso 5. Determine la razón de radio de curvatura α_r .

La razón de curvatura α_r es la proporción de la curvatura R_y con respecto a R_x y sirve para definir el sentido de la elipse como se puede apreciar en la Figura 14, y está dada por (36)

$$\alpha_r = \frac{R_y}{R_x} \quad (36)$$

Paso 6. Selección del parámetro de elipticidad (K_e) y las ecuaciones elípticas.

También el valor de α_r sirve para encontrar las ecuaciones para calcular el valor del parámetro de elipticidad K_e , y las ecuaciones simplificadas de las integrales elípticas \mathcal{F} y \mathcal{E} . Si α_r está entre 1 y 100, seleccione las ecuaciones elípticas del lado izquierdo de la Tabla 2 y el sentido de la elipse será el del inciso a. Por el contrario, si α_r está entre 0.01 y 1, seleccione las ecuaciones del lado derecho de la Tabla 2 y el sentido de la elipse será el del inciso b.

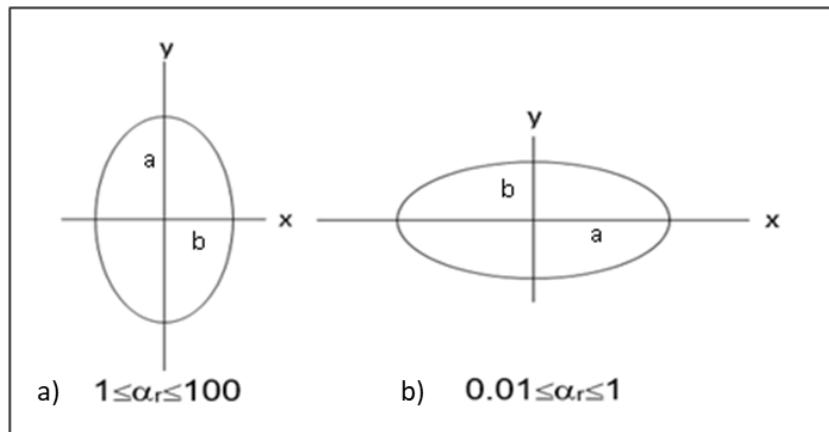


Figura 14. Posición de la elipse dependiendo α_r .

Tabla 2. Ecuaciones simplificadas de las integrales elípticas.

$1 \leq \alpha_r \leq 100$	$0.01 \leq \alpha_r \leq 1$
$k_e = \alpha_r^{2/\pi}$	$k_e = \alpha_r^{2/\pi}$
$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2} + q_a \ln \alpha_r$	$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2} - q_a \ln \alpha_r$
donde $q_a = \frac{\pi}{2} - 1$	donde $q_a = \frac{\pi}{2} - 1$
$\mathcal{E} = 1 + \frac{q_a}{\alpha_r}$	$\mathcal{E} = 1 + q_a \alpha_r$

El parámetro de elipticidad k_e se obtiene con la siguiente ecuación

$$k_e = (\alpha_r)^{2/\pi} \quad (37)$$

Así, las ecuaciones elípticas simplificadas de las integrales elípticas \mathcal{F} y \mathcal{E} se obtienen con las ecuaciones

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2} + q_a \ln \alpha_r \quad (38)$$

$$\mathcal{E} = 1 + \frac{q_a}{\alpha_r} \quad (39)$$

$$\mathcal{E} = 1 + q_a \alpha_r \quad (40)$$

Dependiendo del valor de la razón de radio α_r , seleccione las ecuaciones correctas de la Tabla 2 (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014).

Paso 7. Determine el módulo de elasticidad efectivo (E').

El módulo de elasticidad efectivo se determina con los coeficientes de Poisson (ν) y el módulo de elasticidad (E) del material y están especificados por el fabricante. La relación funcional es:

$$E' = \frac{2}{\frac{(1-\nu_a^2)}{E_a} + \frac{(1-\nu_b^2)}{E_b}} \quad (41)$$

En donde ν_a es el coeficiente de Poisson para la bola y ν_b es el coeficiente de Poisson para el aro exterior. Similarmente E_a es el módulo de elasticidad del balón y E_b es el módulo de elasticidad del aro exterior.

Paso 8. Determine las dimensiones a y b de los semiejes de la elipse que se forma en el punto de contacto entre el balón y la pista del aro interior.

Los valores de a y b se determinan como la mitad de las dimensiones del eje y (D_y) y del eje x (D_x) de la elipse (Hamrock & Dowson, 1981). Donde a representa la dimensión que resulte mayor; por ejemplo, si $D_y > D_x$, entonces $a = D_y/2$ por el contrario si $D_x > D_y$ entonces $b = D_y/2$. D_y y D_x están respectivamente dadas por:

$$D_y = 2 \left(\frac{6k_e^2 \mathcal{E} P_d R}{\pi E'} \right)^{1/3} \quad (42)$$

$$D_x = 2 \left(\frac{6\mathcal{E} P_d R}{\pi k_e E'} \right)^{1/3} \quad (43)$$

Paso 9. Determine el esfuerzo máximo M_{ax} .

Este esfuerzo máximo se presenta en el punto de contacto entre el balón y la pista exterior del rodamiento (Hamrock & Dowson, 1981) y está dado por

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{6P_d}{\pi D_x D_y} \quad (44)$$

Donde,

P_d = Carga de diseño estimada en paso 1.

D_x = Diámetro de la elipse de contacto en la dirección x .

D_y = Diámetro de la elipse de contacto en la dirección y .

Paso 10. Determine el valor de los esfuerzos σ_x , σ_y y σ_z .

Los valores de los esfuerzos σ_x , σ_y y σ_z se encuentran bajo la superficie de contacto. En esta investigación se analizan los esfuerzos generados en la carrera exterior y están dados por

$$\sigma_x = [M(\Omega_x + \nu\Omega'_x)] \frac{b}{\Delta} \quad (45)$$

$$\sigma_y = [M(\Omega_y + \nu\Omega'_y)] \frac{b}{\Delta} \quad (46)$$

$$\sigma_z = - \left[\frac{M}{2} \left(\frac{1}{n} - n \right) \right] \frac{b}{\Delta} \quad (47)$$

Paso 10.1. Determinar el valor de k , k' y z .

El valor de k es la relación funcional de los semiejes elípticos a y b (SAE AE-7, 1979) y está dada por

$$k = \frac{b}{a} \quad (48)$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (49)$$

El parámetro z es la profundidad en donde se encuentra el esfuerzo cortante máximo (Oswald et al., 2011) y su ecuación es

$$z = 0.78 b \quad (50)$$

Paso 10.2. Determine los parámetros M , n , Ω_x , Ω_y , Ω'_x , Ω'_y y Δ .

Los parámetros M , n , Ω_y , Ω_x , Ω'_y , Ω'_x y Δ de las ecuaciones 45, 46 y 47 se obtienen por medio de las siguientes ecuaciones (SAE AE-7, 1979)

$$M = \frac{2k}{k'^2 \mathcal{E}} \quad (51)$$

$$n = \frac{\sqrt{k^2 + k^2 \left(\frac{z}{b}\right)^2}}{\sqrt{1 + k^2 \left(\frac{z}{b}\right)^2}} \quad (52)$$

$$\Omega_x = -\frac{1-n}{2} + k \frac{z}{b} [\mathcal{F} - \mathcal{E}] \quad (53)$$

$$\Omega'_x = -\frac{n}{k^2} + 1 + k \frac{z}{b} \left[\left(\frac{1}{k^2} \right) \mathcal{E} - \mathcal{F} \right] \quad (54)$$

$$\Omega_y = \frac{1}{2n} + \frac{1}{2} - \frac{n}{k^2} + k \frac{z}{b} \left[\left(\frac{1}{k^2} \right) \mathcal{E} - \mathcal{F} \right] \quad (55)$$

$$\Omega'_y = -1 + n + k \frac{z}{b} (\mathcal{F} - \mathcal{E}) \quad (56)$$

Las variables \mathcal{E} y \mathcal{F} representan los valores de las ecuaciones elípticas obtenidas en el paso 6 y z representa la profundidad a la que los esfuerzos σ_x , σ_y y σ_z , se encuentran en la

carrera exterior. Para calcular Δ , primero se deben calcular los valores de A y B que son variables que dependen de curvatura de la bola y de la pista.

$$\Delta = \frac{1}{A + B} \left(\frac{1 - \nu_a^2}{E_a} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b} \right) \quad (57)$$

Las ecuaciones de A y B son

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_{ay}} - \frac{1}{r_{by}} \right) \quad (58)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_{ax}} + \frac{1}{r_{bx}} \right) \quad (59)$$

Donde, los valores de los radios r_{ax} , r_{ay} , r_{bx} y r_{by} son los obtenidos en el paso 4.

Paso 11. Determine el esfuerzo máximo cortante $\tau_{m\acute{a}x}$.

El esfuerzo cortante máximo, que en los rodamientos genera la falla, se determina de la siguiente manera (Oswald et al., 2011) .

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{(\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{min})}{2} \quad (60)$$

En la ecuación, σ_{max} y σ_{min} se toman de acuerdo con los esfuerzos obtenidos en el paso 10, por ejemplo, si el esfuerzo σ_x tiene un valor más alto que los esfuerzos σ_y y σ_z , entonces σ_x se toma como σ_{max} o σ_1 . De igual manera, el que tenga el menor valor se toma como σ_{min} o σ_2 (Pandiyarajan et al., 2012).

Aquí, es importante mencionar que los pasos mostrados en la metodología actual no vienen en ningún manual de fabricante de rodamiento. Y debido a que está en base a los datos de catálogo no es eficiente para determinar la vida real del rodamiento cuando esté es operado en condiciones diferentes a las realizadas en el laboratorio de donde se sacaron los datos del catálogo. La metodología propuesta para la determinación de la confiabilidad real del rodamiento es como sigue.

4.2 Metodología Propuesta.

Los pasos de la metodología aquí propuesta son un complemento a la metodología actual y se enfocan en la determinación de la confiabilidad real de un rodamiento cuando este es operado a condiciones diferentes a las del catálogo. La metodología inicia después de seleccionar el tipo de

rodamiento a usar, y de determinar los esfuerzos de Hertz generados debajo de la superficie de la carrera exterior. Así, la contribución de esta investigación al conocimiento actual se da en los siguientes pasos:

Paso 12. Determine los parámetros Weibull η y β .

En este caso los esfuerzos principales obtenidos de la teoría de Hertz, el esfuerzo principal máximo σ_z toma el valor de σ_1 y el esfuerzo principal mínimo σ_y toma el valor de σ_3 . En unidades de esfuerzos, los parámetros η (escala) y β (forma) de la distribución Weibull se obtienen haciendo uso de los esfuerzos calculados σ_1 y σ_3 . Así, de acuerdo a (Piña-Monarez, 2018), los parámetros Weibull son estimados como:

$$\eta_{uso\text{esfuerzo}} = \sqrt{\sigma_1 \sigma_3} \quad (61)$$

$$\beta = -\frac{4\mu_y}{0.985 \ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)} \quad (62)$$

Aquí observe que los parámetros β y $\eta_{uso\text{esfuerzo}}$, son llamados parámetros de uso en esfuerzo ya que son obtenidos en base a los esfuerzos reales de la aplicación. También observe que la contribución es este paso consiste en el uso de los esfuerzos de Hertz para la obtención de los parámetros Weibull.

Paso 13. Determinar los coeficientes de fatiga.

Así, haciendo uso de la curva esfuerzo-ciclos del material, los coeficientes de fatiga del material b_s e intersección de la pendiente C, se obtienen con las siguientes ecuaciones de Basquin (ecuaciones 21 a la 28)

$$N'_t = (S'_f 10^{-c})^{1/b_s}$$

Para calcular los parámetros b_s y C primero se encuentran S'_1 y S'_e En donde:

$$S'_1 = 0.75 S_u$$

El valor de S'_e se obtiene con la siguiente ecuación

$$S'_e = 0.45 S_u$$

La pendiente b_s se obtiene con la siguiente ecuación

$$b_s = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{S'_l}{S'_e} \right)$$

La intersección (C) de la pendiente se obtiene con la siguiente ecuación

$$C = \log \left[\frac{(S'_l)^2}{S'_e} \right]$$

Paso 14: De la función de confiabilidad Weibull, usando el valor L_{10} del catálogo determine la η de catálogo en ciclos.

Se usa la función de confiabilidad Weibull para calcular la η de catálogo en ciclos, la vida L_{10} es de catálogo

$$R(t) = \exp \left\{ - \left(\frac{L_{10}}{\eta_{catciclos}} \right)^\beta \right\} \quad (63)$$

Luego se despeja $\eta_{catciclos}$

$$\eta_{catciclos} = \exp \left\{ \ln(L_{10}) - \frac{\ln(-\ln(0.9))}{\beta} \right\} \quad (64)$$

Paso 15: Determine la η en esfuerzo que corresponde a la η de catálogo en ciclos, para ello use Basquin.

Para obtener η en esfuerzo que corresponde a la η de catálogo en ciclos use la siguiente ecuación con los mismos parámetros de Basquin b_s y C del paso 13

$$\eta_{catesfuerzo} = (10^C)(\eta_{catciclos})^{b_s} \quad (65)$$

Paso 16: Determinar el Esfuerzo que le corresponde a la vida L_{10} del catálogo. Use la proporción entre Eta de catálogo y vida L_{10} de catálogo en ciclos.

El esfuerzo que corresponde a la vida L_{10} de catálogo se obtiene al dividir la η de catálogo en esfuerzo entre la proporción de eta de catálogo en ciclos entre la vida L_{10} de catálogo en ciclos

$$L_{10cat\ esfuerzo} = \frac{\eta_{catesfuerzo}}{\frac{\eta_{catciclos}}{L_{10}}} \quad (66)$$

Paso 17: Usando la eta de uso en esfuerzo y la vida L_{10} de catálogo en Esfuerzo determine la confiabilidad que la vida L_{10} del catálogo en esfuerzo representa para esta aplicación.

Determine la confiabilidad de la vida L_{10} de catálogo en esfuerzo usando la eta de uso en esfuerzo y la vida L_{10} de catálogo en esfuerzo.

$$R(L_{10catesfuerzo}) = \exp \left\{ - \left(\frac{L_{10catesfuerzo}}{\eta_{usoesfuerzo}} \right)^\beta \right\} \quad (67)$$

Paso 18: Basado en la función de confiabilidad calcule la vida L_{uso} en esfuerzo de la aplicación.

Determine la vida L de uso en esfuerzo usando la función de confiabilidad de 0.9 y la η de uso en esfuerzo usando la siguiente ecuación

$$R(t) = \exp \left\{ - \left(\frac{L_{usoesfuerzo}}{\eta_{usoesfuerzo}} \right)^\beta \right\} \quad (68)$$

Despejando L_{uso}

$$L_{usoesfuerzo} = (\eta_{usoesfuerzo})(-\ln(R(t)))^{1/\beta} \quad (69)$$

Paso 19:

Usando la vida L de uso en esfuerzo y la Eta de catálogo Esfuerzo, determine la vida real del rodamiento para esta aplicación.

Obtener la confiabilidad real de la aplicación usando la vida L uso en esfuerzo y la eta de catálogo en esfuerzo

$$R(real) = \exp \left\{ - \left(\frac{L_{usoesfuerzo}}{\eta_{catesfuerzo}} \right)^\beta \right\} \quad (70)$$

5. Aplicación

La metodología propuesta se aplica en un caso real de selección de rodamientos, en donde el fabricante proporciona una confiabilidad de 0.9 en sus productos. Con la nueva metodología se puede conocer la confiabilidad real que se tiene en la aplicación.

5.1. Caso 1. Selección de cojinetes para un eje intermedio de un reductor de velocidad.

La nueva metodología que se desarrolló se aplica al siguiente problema. Para realizar el cálculo de los esfuerzos principales σ_x , σ_y y σ_z en un rodamiento se tomó el eje intermedio de un reductor de velocidad mostrado en Figura 15 al cual se le deben seleccionar los rodamientos. El reductor de velocidad es usado para disminuir la velocidad que proporciona un motor eléctrico (1800 rpm) a un ventilador (450 rpm) en un proceso de secado de granos. La potencia transmitida del motor eléctrico al ventilador son 12 hp. El objetivo del eje es reducir la velocidad angular de 1800 rpm a 900 rpm conservando una potencia de 12 hp. El análisis se hace en el eje intermedio o eje 2 Figura 16. Dicho eje es de acero AISI 1020, el diámetro mínimo que se permite es el diseñado del eje 2, tiene un valor de 45 mm y su velocidad de giro es de 900 rpm. El diámetro de paso del engrane B es de 5 in y el diámetro de paso del engrane C es de 3 in. El ángulo de presión de ambos engranes es de 20°

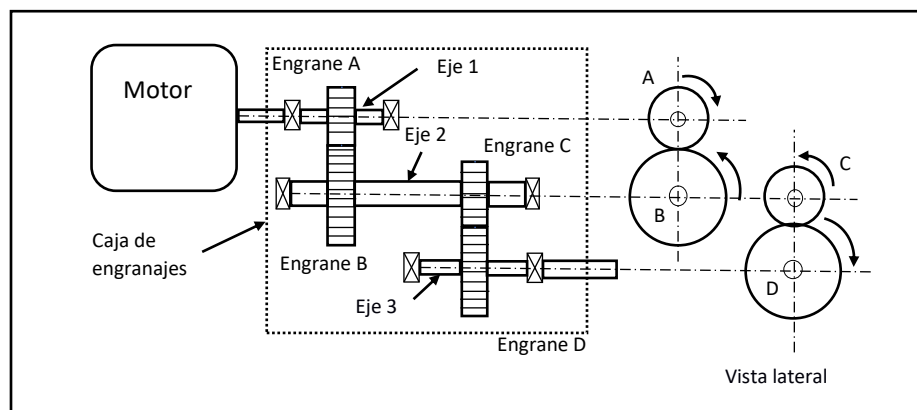


Figura 15. Diseño del reductor de velocidad conectado con un motor.

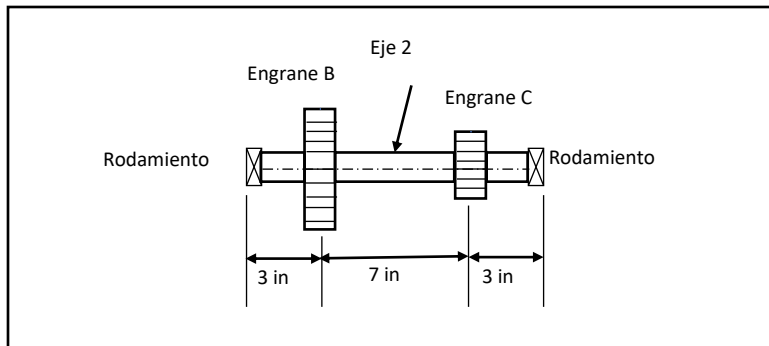


Figura 16. Vista superior del eje 2.

5.1.1. Cálculo de reacciones en el eje.

Para obtener las fuerzas que actúan en los cojinetes que están montados en la flecha 2 se debe hacer el siguiente análisis. La potencia que se transmite el reductor es de 12 hp suponiendo que no existen pérdidas.

El torque generado en el eje 2 depende de la velocidad angular (ω) y de la potencia (P) que transmite el eje. El torque se obtiene mediante la siguiente ecuación

$$T = \frac{63000 P}{\omega} \quad (71)$$

$$T_B = \frac{63000 P}{\omega} = \frac{63000 (12 \text{ hp})}{(900 \text{ rpm})} = 840 \text{ lb in}$$

Debido a que el eje 2 está en equilibrio, por lo tanto, el torque en el engrane C es igual al torque en el engrane B, pero en dirección contraria ($T_c = -840 \text{ lb in}$).

El cálculo de las fuerzas radiales y tangenciales que actúan en los engranes dependen del ángulo de presión Φ del engrane (ver Figura 17).

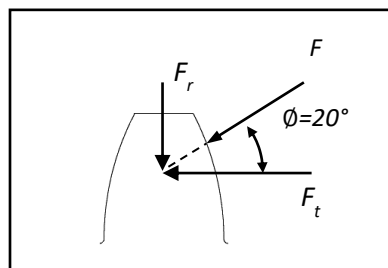


Figura 17. Fuerzas ejercidas en el diente de un engrane.

La fuerza tangencial que está en función del torque y del radio del engrane viene dada por (Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, 2014)(Ugural, 2004)

$$F_t = \frac{T}{r} \quad (72)$$

La fuerza radial generada viene dada por

$$F_r = F_t * \tan \phi \quad (73)$$

En este caso para los engranes B y C el ángulo de presión es $\phi = 20^\circ$, el radio $r_B=2.5$ in y $r_C=1.5$ in, por lo tanto, numéricamente las fuerzas tangenciales y radiales para los engranes B y C son

$$F_{tB} = \frac{T}{r_B} = \frac{840 \text{ lb in}}{2.5 \text{ in}} = 336 \text{ lb}$$

$$F_{rB} = F_{tB} \tan \phi = (336 \text{ lb}) \tan 20^\circ = 122.29 \text{ lb}$$

$$F_{tC} = \frac{T}{r_C} = \frac{840 \text{ lb in}}{1.5 \text{ in}} = 560 \text{ lb}$$

$$F_{rC} = F_{tC} \tan \phi = (560 \text{ lb}) \tan 20^\circ = 203.82 \text{ lb}$$

Con las fuerzas tangenciales y radiales en cada engrane se deben de calcular las fuerzas de reacción en los puntos donde los cojinetes serán montados. Se debe tomar en cuenta que las fuerzas radiales y tangenciales actúan en planos diferentes en este caso plano x-y y plano x-z. El análisis es basado en las fuerzas y reacciones mostrado en las Figuras 18 y 19.

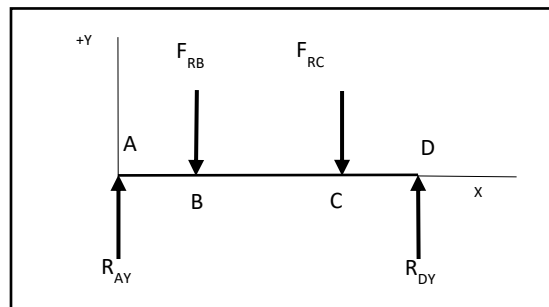


Figura 18. Fuerzas y reacciones en el plano x-y.

Como se muestra en la Figura 18, las fuerzas y reacciones las cuales actúan en el plano x-y son.

$$+\circlearrowleft \sum M_D = 0 = (122.29 \text{ lb})(10 \text{ in}) + (203.82 \text{ lb})(3 \text{ in}) - (13 \text{ in})(R_{Ay}); R_{Ay} = 141.10 \text{ lb}$$

$$\sum F_y = 0 = 141.10 \text{ lb} - 122.29 \text{ lb} - 203.82 + R_{Dy}; R_{Dy} = 185.01 \text{ lb}$$

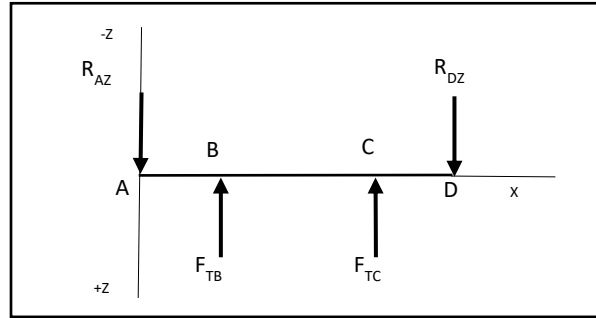


Figura 19. Fuerzas y reacciones en el plano x-z.

Similarmente, como se muestra en la Figura 19, las fuerzas y reacciones las cuales actúan en el plano x-z son

$$+\circlearrowleft \sum M_D = 0 = (R_{Az})(13 \text{ in}) - (336 \text{ lb})(10 \text{ in}) - (560 \text{ lb})(3 \text{ in}); R_{Az} = 387.69 \text{ lb}$$

$$\sum F_z = 0 = -387.69 \text{ lb} + 6 \text{ lb} + 560 - R_{Dz}; R_{Dz} = 508.31 \text{ lb}$$

Para finalizar se obtiene la resultante de las fuerzas de reacción en los puntos A y D.

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} \quad (74)$$

$$R_A = \sqrt{(141.10 \text{ lb in})^2 + (387.69 \text{ lb in})^2} = 412.56 \text{ lb in}$$

$$R_D = \sqrt{R_{Dy}^2 + R_{Dz}^2} \quad (75)$$

$$R_D = \sqrt{(185.01 \text{ lb in})^2 + (508.31 \text{ lb in})^2} = 540.92 \text{ lb in}$$

En este caso como la fuerza de reacción en D es mayor que la fuerza reacción en A, por lo tanto, R_D va a ser la fuerza de diseño que se usara para seleccionar el cojinete en los pasos siguientes, como R_D es una fuerza radial entonces cambia a $F_R = R_D = P_d$.

5.1.2 Aplicación de metodología actual.

Paso 1. Determine la carga de diseño P_d a la que el rodamiento estará sujeto. Debido a que en este caso no se presentan cargas axiales solo cargas radiales por lo tanto $P = F_R = 540.92 \text{ lb in}$. En este caso, la carrera exterior no gira, por lo tanto, se utiliza un factor de rotación $V=1$.

$$P_d = VP_{eq} = (1)(540.92 \text{ lb}); P_d = 540.92 \text{ lb} = 2406.13 \text{ N}$$

Paso 2. Seleccione el rodamiento a utilizar. La mínima dimensión del diámetro del eje 2 es de 45 mm y la carga radial $P_d = 540.92 \text{ lb}$ (2406.13 N) calculado en el paso 1. En búsqueda en catálogos de diferentes fabricantes se encontró el rodamiento que más se acerca a las características de diseño, el cual es el 6009 del fabricante SKF. Los datos del rodamiento se pueden observar en la Figura 20 y en la Tabla 3:

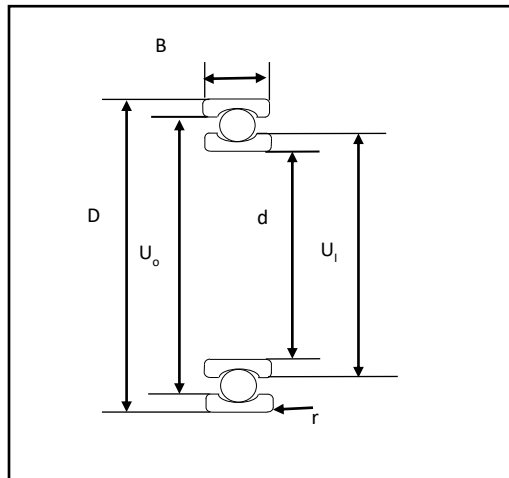


Figure 20. Especificaciones del rodamiento.

Tabla 3. Especificaciones del rodamiento de bolas seleccionado.

Tipo de Balero	Rodamientos rígidos de bolas de una hilera con tapa
Diámetro interior o del eje (d)	45 mm
Diámetro exterior (D)	75 mm
Ancho (B)	16 mm
Carga dinámica (C)	22100 N
Carga estática (Co)	14600 N
Velocidad Máxima	10000 rpm
Máximo Diámetro del hombro del eje interno (U _i)	67.8 mm
Mínimo Diámetro del hombro de la carcasa exterior (U _o)	54.7 mm
Radio del chaflan (r)	1 mm
Cantidad de balines	13
Diámetro del balín (d _b)	8.731 mm
Material	52100 acero al cromo

Las propiedades que presenta el acero 52100 usado en los rodamientos son esfuerzo último de tensión (S_{ut}) de 2400 MPa y una dureza de 62 HRC (Dureza Rockwell C) (Y. B. Guo & Liu, 2002).

Paso 3. Determine la vida de diseño L_{10} del rodamiento. Con los datos del rodamiento seleccionado en el catálogo y los de diseño se calcula la vida útil del rodamiento.

$$L_{10} = 10^6 \left(\frac{22100 \text{ N}}{2406.13 \text{ N}} \right)^3 = 774.85 \times 10^6 \text{ revoluciones}$$

5.1.3. Cálculo de los esfuerzos de Hertz.

Paso 4. Determine la suma de curvatura R dada por la curvatura que se genera en la dirección del eje x y por la curvatura que se genera en la dirección del eje y . Para realizar el cálculo de la curvatura R , es necesario conocer el valor de los radios de la bola, el aro interior y la pista.

Estos valores se encuentran en el catálogo del producto del fabricante.

$$r_{ax} = r_{ay} = 4.365 \times 10^{-3} m$$

$$r = r_{bx} = 35.003125 \text{ mm} = 35.003125 \times 10^{-3} m$$

Como no se cuenta con el radio r_{by} de la pista del aro exterior se hace uso de la ecuación 31 y usando un valor de conformidad de 0.52

$$r_{by} = dR_r = (8.731 \text{ mm})(0.52) = 4.54 \text{ mm} = 4.54 \times 10^{-3} m$$

Haciendo uso de las ecuaciones 33, 34 y 35 para obtener la curvatura total R y las curvaturas R_y y R_x

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{4.365 \times 10^{-3} m} - \frac{1}{35.003125 \times 10^{-3} m} = 200.52 m$$

$$R_x = 4.986 \times 10^{-3} m$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{4.365 \times 10^{-3} m} - \frac{1}{4.54 \times 10^{-3} m} = 8.83 m$$

$$R_y = 0.1132 m$$

$$\frac{1}{R} = 200.52 m + 8.83 m = 209.35 m$$

$$R = 4.77 \times 10^{-3} m$$

Paso 5. Determine la razón de radio α_r

Con la ecuación 36 se obtiene

$$\alpha_r = \frac{0.1132 m}{4.986 \times 10^{-3} m} = 22.70$$

Paso 6. Seleccione las ecuaciones elípticas a utilizar para calcular la curvatura.

En este caso se seleccionan las ecuaciones del lado izquierdo de la Tabla 2. Esta selección sirve para determinar la dirección de la elipse.

Calcule el parámetro de elipticidad k_e con la ecuación 37

$$k_e = (22.70)^{2/\pi} = 7.299$$

Determine \mathcal{F} y \mathcal{E} . Las ecuaciones elípticas de primer y segundo orden son simplificadas de las integrales elípticas. Haciendo uso de las ecuaciones 38 y 39 se obtiene lo siguientes

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \ln(22.70) = 3.353$$

$$\mathcal{E} = 1 + \frac{\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)}{22.70} = 1.025$$

Paso 7. Determine el módulo de elasticidad efectivo (E').

Sustituyendo en la ecuación 41 el coeficiente de Poisson y el módulo de elasticidad, en este caso es el mismo material para el balón y la carrera exterior (acero inoxidable AISI 52100) por lo tanto $\nu_a = \nu_b = 0.30$ y el módulo de elasticidad $E_a = E_b = 200 \text{ GPa}$.

$$E' = \frac{2}{\frac{[1 - (0.30)^2]}{200 \times 10^9 \text{ Pa}} + \frac{[1 - (0.30)^2]}{200 \times 10^9 \text{ Pa}}} = 219780219780 \text{ Pa}$$

Paso 8. Determine las dimensiones a y b de los semiejes de la elipse que se forma en el punto de contacto entre el balón y carrera exterior.

Con las ecuaciones 42 y 43 se obtiene D_y y D_x respectivamente y dividiendo ambos resultados entre 2 se muestra en (76 y 77).

$$D_y = 2 \left[\frac{6(7.299)^2(1.025)(2406.13 \text{ N})(4.77 \times 10^{-3} \text{ m})}{\pi(219780219780 \text{ N/m}^2)} \right]^{1/3} = 3.518 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$a = \frac{3.518 \times 10^{-3}}{2} = 1.759 \times 10^{-3} \text{ m} = 1.759 \text{ mm} \quad (76)$$

$$D_x = 2 \left[\frac{6(1.025)(2406.13 \text{ N})(4.77 \times 10^{-3})}{\pi(7.299)(219780219780 \text{ N/m}^2)} \right]^{1/3} = 4.82 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$b = \frac{4.82 \times 10^{-4}}{2} = 2.41 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.2410 \text{ mm} \quad (77)$$

Paso 9. Determine el esfuerzo Máximo P_{max} .

El esfuerzo máximo P_{max} se obtiene con la ecuación 44

$$P_{max} = \frac{6(2406.13N)}{\pi(3.518 \times 10^{-3}m)(4.82 \times 10^{-4}m)} = 2710045464.29 Pa$$

Paso 10. Determine el valor de los esfuerzos de contacto σ_x , σ_y , σ_z .

Los esfuerzos σ_x , σ_y , y σ_z se calculan con las ecuaciones (45 a 47), aunque primero se deben de calcular todas sus variables que contiene las ecuaciones en los pasos siguientes.

Paso 10.1. Determinar el valor de k , k' y z .

Para encontrar la relación funcional k y su derivada k' entre a y b se usan las ecuaciones (48 y 49)

$$k = \frac{b}{a} = \frac{0.2410mm}{1.759mm} = 0.137$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} = \sqrt{1 - (0.137)^2} = 0.9905$$

La profundidad z a la cual se genera el máximo esfuerzo cortante se obtiene con la ecuación 50

$$z = 0.78 b = 0.78(0.2410mm) = 0.18798 mm = 0.18798 \times 10^{-3}m$$

Paso 10.2. Determine los parámetros M , n , Ω_x , Ω'_x , Ω_y , Ω'_y y Δ .

Para determinar los esfuerzos σ_x , σ_y y σ_z , es necesario hacer el cálculo de los siguientes parámetros M , n , Ω_x , Ω_y , Ω'_x , Ω'_y y Δ de las ecuaciones 51 a la 57.

$$M = \frac{2(0.137)}{(0.9905)^2(1.025)} = 0.2724$$

$$n = \sqrt{\frac{(0.137)^2 + (0.137)^2 \left(\frac{0.18789}{0.241}\right)^2}{1 + (0.137)^2 \left(\frac{0.18789}{0.241}\right)^2}} = 0.1727$$

$$\Omega_x = -\left(\frac{1 - 0.1727}{2}\right) + (0.137) \left(\frac{0.18798}{0.2410}\right) (3.353 - 1.025)$$

$$\Omega_x = -0.1648$$

$$\Omega'_x = -\left[\frac{0.1727}{(0.137)^2}\right] + 1 + 0.137 \left(\frac{0.18798}{0.2410}\right) \left[\left[\frac{1}{(0.137)^2}\right] (1.025) - 3.353\right]$$

$$\Omega'_x = -2.7238$$

$$\Omega_y = \frac{1}{2(0.1727)} + \frac{1}{2} - \frac{0.1727}{(0.137)^2} + 0.137 \left(\frac{0.18798}{0.2410}\right) \left[\left[\frac{1}{(0.137)^2}\right] (1.025) - 3.353\right]$$

$$\Omega_y = -0.3286$$

$$\Omega'_y = -1 + 0.1727 + 0.137 \left(\frac{0.18798}{0.2410}\right) (3.353 - 1.025)$$

$$\Omega'_y = -0.5785$$

Con la ecuación 57 se obtiene el valor de Δ , pero primero se deben calcular los valores de A y B usando las ecuaciones 58 y 59

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4.365 \times 10^{-3} m} + \frac{1}{-4.54 \times 10^{-3} m} \right) = 4.415 m^{-1}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4.365 \times 10^{-3} m} + \frac{1}{-35.003125 \times 10^{-3} m} \right) = 100.26 m^{-1}$$

$$\Delta = \frac{1}{4.415 m^{-1} + 100.26 m^{-1}} \left[\frac{1 - (0.30)^2}{200 \times 10^9 \frac{N}{m^2}} + \frac{1 - (0.30)^2}{200 \times 10^9 \frac{N}{m^2}} \right] = 8.6933 \times 10^{-14} m^3 / N$$

Por último, se sustituyen el valor de los parámetros antes calculados con las fórmulas 45 a 47 para obtener los valores de los esfuerzos σ_x , σ_y , y σ_z .

$$\sigma_x = \left[[0.2724(-0.1648 + (0.30)(-2.7238))] \left(\frac{0.000241}{8.6933 \times 10^{-14}} \right) \right]$$

$$\sigma_x = -741522665.686 Pa$$

$$\sigma_y = \left[[0.2764(-0.3286 + (0.30)(-0.5785))] \left(\frac{0.000241}{8.6933 \times 10^{-14}} \right) \right]$$

$$\sigma_y = -384772372.51 Pa$$

$$\sigma_z = \left[- \left[\frac{0.2764}{2} \left(\frac{1}{0.1727} - 0.1727 \right) \right] \left(\frac{0.000241}{8.6933 \times 10^{-14}} \right) \right]$$

$$\sigma_z = -2152276334.65 \text{ Pa}$$

Paso 11. Determine el esfuerzo máximo cortante $\tau_{m\acute{a}x}$.

El esfuerzo máximo cortante τ_{max} con la ecuación 60, se obtiene de la diferencia del esfuerzo mayor menos el esfuerzo menor, dividido entre dos (tomando los valores absolutos). En este caso σ_z es el mayor y σ_y el menor, por lo tanto, su valor es

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{(2152276334.65 - 384772372.51)}{2}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = 883751981.07 \text{ Pa}$$

De acuerdo con lo anterior, se puede observar la metodología paso a paso para el cálculo de los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo $\tau_{m\acute{a}x}$. Enseguida con los esfuerzos principales obtenidos se encuentran los parámetros Weibull.

5.1.4. Aplicación de la metodología propuesta.

Paso 12. Determinar los parámetros Weibull $\eta_{usoesfuerzo}$ y β_{uso} .

Con los esfuerzos σ_1 y σ_3 se obtienen los parámetros η (parámetro de escala) y β (parámetro de forma) de la distribución Weibull usando las ecuaciones 61 y 62.

$$\eta_{usoesfuerzo} = \sqrt{\sigma_1 \sigma_3} = \sqrt{(2152276334.65)(384772372.51)} = 910.02 \text{ MPa}$$

$$\beta_{uso} = - \frac{4\mu_y}{0.995 \ln \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)} = - \frac{4(-0.54562412)}{0.995 \ln \left(\frac{215.227633465 \text{ MPa}}{384.77237251 \text{ MPa}} \right)} = 1.274062 \cong 1.28$$

Estos parámetros β_{uso} y $\eta_{usoesfuerzo}$ se denominan de uso ya que son obtenidos con los esfuerzos reales de la aplicación.

Paso 13. Determinar los coeficientes de fatiga.

Así, haciendo uso de la curva esfuerzo-ciclos del material, los coeficientes de fatiga del material b_s e intersección de la pendiente C, se obtienen con las siguientes ecuaciones de Basquin

$$N'_t = (S'_f 10^{-c})^{1/b_s}$$

Para calcular los parámetros b_s y C primero se encuentran S'_l y S'_e En donde:

$$S'_l = 0.75S_u = 0.75(2400 \text{ MPa}) = 1800 \text{ MPa}$$

El valor de S'_e se obtiene con la siguiente ecuación

$$S'_e = 0.45 S_u = 0.45 (2400 \text{ MPa}) = 1080 \text{ MPa}$$

La pendiente b_s se obtiene con la siguiente ecuación

$$b_s = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{S'_l}{S'_e} \right) = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{1800 \text{ MPa}}{1080 \text{ MPa}} \right) = -0.073$$

La intersección (C) de la pendiente se obtiene con la siguiente ecuación

$$C = \log \left[\frac{(S'_l)^2}{S'_e} \right] = \log \left[\frac{(1800 \text{ MPa})^2}{1080 \text{ MPa}} \right] = 3.47$$

Paso 14: De la función de confiabilidad Weibull, usando el valor L_{10} de catálogo determine la η de catálogo en ciclos.

Para calcular la η de catálogo en ciclos se usa la siguiente ecuación

$$\eta_{catciclos} = \exp \left\{ \ln(L_{10}) - \frac{\ln(-\ln(0.9))}{\beta} \right\} = \exp \left\{ \ln(774850000.00) - \frac{\ln(-\ln(0.9))}{1.28} \right\}$$

$$\eta_{catciclos} = 4495215719 \text{ ciclos}$$

Paso 15: Determine la η en esfuerzo que corresponde a la η en ciclos del catálogo, para ello use Basquin.

La η de catálogo en esfuerzo que corresponde a la η de catálogo en ciclos se obtiene por medio de la siguiente ecuación de Basquin, los parámetros b_s y C son los obtenidos en el paso 13

$$\eta_{catesfuerzo} = (10^C)(\eta_{catciclos})^{b_s} = (10^{3.47})(4495215719)^{-0.073}$$

$$\eta_{catesfuerzo} = 582.57 \text{ MPa}$$

Paso 16: Determinar el Esfuerzo que le corresponde a la vida L_{10} del catálogo. Use la proporción entre η de catálogo y vida L_{10} de catálogo en ciclos.

El esfuerzo que corresponde a la vida L_{10} de catálogo se obtiene al dividir la η de catálogo en esfuerzo entre la proporción de η de catálogo en ciclos entre la vida L_{10} de catálogo en ciclos

$$L_{10Catesfuerzo} = \frac{\eta_{catesfuerzo}}{\frac{\eta_{catciclos}}{L_{10}}} = \frac{582.57}{\frac{4495215719}{774850000.00}} = 100.41$$

Paso 17. Usando la eta de uso en esfuerzo y la vida L_{10} de catálogo en Esfuerzo determine la confiabilidad que la vida L_{10} del catálogo en esfuerzo representa para esta aplicación.

Aquí se obtiene la confiabilidad para la vida L_{10} de catálogo para esta aplicación con la siguiente ecuación

$$R(L_{10catesfuerzo}) = \exp \left\{ - \left(\frac{L_{10catesfuerzo}}{\eta_{usoesfuerzo}} \right)^\beta \right\} = \exp \left\{ - \left(\frac{100.41}{910.02} \right)^{1.28} \right\} = 0.942$$

Paso 18: Basado en la función de confiabilidad calcule la vida L_{uso} en esfuerzo de la aplicación.

Determine la vida L de uso en esfuerzo con la confiabilidad de 0.9 y la η de uso en esfuerzo usando la siguiente ecuación

$$R(t) = \exp \left\{ - \left(\frac{L_{usoesfuerzo}}{\eta_{usoesfuerzo}} \right)^\beta \right\}$$

Despejando $L_{usoesfuerzo}$

$$L_{usoesfuerzo} = (\eta_{usoesfuerzo})(-\ln(R(t)))^{1/\beta}$$

$$L_{usoesfuerzo} = (910.02 \text{ MPa})(-\ln(0.9))^{1/1.28}$$

$$L_{usoesfuerzo} = 156.8621 \text{ MPa}$$

Paso 19: Usando la vida L_{10} de uso en esfuerzo y la Eta de catalogo Esfuerzo, determine la vida real del rodamiento para esta aplicación.

Obtener la confiabilidad real de la aplicación usando la vida L_{uso} y la eta de catálogo esfuerzo

$$R(\text{real}) = \exp \left\{ - \left(\frac{L_{usoesfuerzo}}{\eta_{catesfuerzo}} \right)^\beta \right\} \quad (70)$$

$$R(\text{real}) = \exp \left\{ - \left(\frac{156.8621}{582.57} \right)^{1.28} \right\} = 0.829$$

Como se puede observar la confiabilidad real es de 0.829 la cual es menor que la ofrecida por el fabricante de 0.90.

6. Conclusiones

Los fabricantes de rodamientos ofrecen en sus productos una vida L_{10} un ejemplo los rodamientos de bolas de una sola hilera de ranura profunda el cual se analizó en esta investigación. La fórmula L_{10} que fabricantes usan la cual es obtenida probando cientos de cojinetes bajo una carga constante y una velocidad angular constante continua vigente después de varias décadas. Tal ecuación que ha sido criticada por varios investigadores, pero aun así sirve como referencia para la selección de rodamientos. Sin embargo, existen industrias en donde se desea conocer con precisión la vida del rodamiento por motivos de mantenimiento o para evitar paros.

La metodología propuesta en esta investigación basada en obtener la confiabilidad a través de una distribución Weibull usando los esfuerzos de Hertz ofrece una vida apegada a las cargas que se usan en aplicaciones reales muy diferentes a las condiciones de laboratorio que usan los fabricantes. Por lo anterior, esta metodología debe de ser adoptada por diseñadores que requieran conocer con más apego a la realidad la confiabilidad y la vida útil de los rodamientos que usan en sus diseños. Además, en base a los resultados obtenidos en este trabajo, esta metodología puede ser adoptada en otros tipos de rodamientos. También se puede adoptar en el diseño de elementos mecánicos que estén bajo esfuerzos de contacto de Hertz.

Con este trabajo se cumplió el objetivo general de generar una ecuación de vida L mediante la distribución Weibull, que sea más eficiente en medir la vida de los cojinetes de bola que tome en cuenta los esfuerzos de Hertz que generan un esfuerzo de cortante máximo bajo la superficie. Además, se lograron los objetivos específicos de determinar los parámetros β y η de la distribución Weibull mediante el círculo de Mohr generado por los esfuerzos de contacto y estimar la confiabilidad real (dinámica) de la aplicación particular analizada.

Basados en el marco teórico esta es una metodología que dio importancia a la teoría de Hertz esquivada por muchos investigadores debido a su complejidad matemática, y aplicarla a trabajo de Weibull en forma de esfuerzos sin la necesidad de analizar grandes cantidades de rodamientos.

7. Aportes.

En esta investigación se hicieron los siguientes aportes:

- Se tiene una metodología para obtener la confiabilidad de un rodamiento de bolas de ranura profunda que este sometido en una aplicación real muy diferente a la confiabilidad que ofrecen los fabricantes de rodamientos.
- La nueva metodología obtenida utiliza los esfuerzos de contacto de Hertz generados bajo la superficie de la carrera. Tales esfuerzos no habían sido tomados en cuenta anteriormente por los investigadores.
- Los parámetros de β y η son obtenidos con los esfuerzos de contacto de Hertz.
- Además, la metodología utiliza una distribución Weibull en donde los parámetros β y η son dinámicos, a diferencia de los parámetros estáticos que toman los fabricantes de rodamientos en sus fórmulas de vida L_{10} .
- Esta metodología se puede adaptar a otros problemas en donde se desee obtener la confiabilidad real y que existan esfuerzos de contacto de Hertz.
- La metodología también puede adaptarse en problemas donde no existan contactos de Hertz.

8. Referencias

- AMBA 9. Load Ratings and Fatigue Life for Ball Bearings., AMBA (1990).
- Anoopnath, P. R., Suresh Babu, V., & Vishwanath, A. K. (2018). Hertz Contact Stress of Deep Groove Ball Bearing. *Materials Today: Proceedings*, 5(2), 3283–3288.
<https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.11.570>
- Arakere, N. K., Pattabhiraman, S., Levesque, G., & Kim, N. H. (2010). Uncertainty analysis for rolling contact fatigue failure probability of silicon nitride ball bearings. *International Journal of Solids and Structures*, 47(18–19), 2543–2553.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.05.018>
- Asada, S., Hashimoto, K., Sato, Y. S., Fukuda, K., & Ueki, M. (1992). Rolling Contact Fatigue of Engineering Ceramics. *Solid State Phenomena*, 25–26(August), 627–634.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/ssp.25-26.627>
- Behzad, M., & Bastami, A. (2011). A new method for detection of rolling bearing faults based on the Local Curve Roughness approach. *Polish Maritime Research*, 18(2), 44–50.
<https://doi.org/10.2478/v10012-011-0011-1>
- Booser, M. M. K. & E. R. (2017). Applied tribology Bearing Design and Lubrication. In G. Stachowiak (Ed.), *John Wiley & Sons. Ltd* (Third Edit). [https://doi.org/10.1016/0041-2678\(70\)90297-6](https://doi.org/10.1016/0041-2678(70)90297-6)
- Bower, A. F. (1988). The influence of crack face friction and trapped fluid on surface initiated rolling contact fatigue cracks. *Journal of Tribology, ASME*, 110, 704.
<https://doi.org/10.1115/1.3261717>
- Budynas Richard G. and Nisbett Keith. (2015). *Shigley's Mechanical Engineering Desing* (10th ed.). McGraw-Hill Education.
- Cui, L., Wang, J., & Ma, J. (2019). Early fault detection method for rolling bearing based on multiscale morphological filtering of information-entropy threshold. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 33(4), 1513–1522. <https://doi.org/10.1007/s12206-019-0303-4>
- Dias Machado de Azevedo Henrique; Araujo Mauricio Alex; Bouchonneau Nadège. (2016). A review of wind turbine bearing condition monitoring: State of the art and challenges.

Renewable and Sustainable Energy Reviews, 56, 368–379.

<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.11.032>

Fengtao, Wang; Chenxi, Liu²; Wensheng, Su; Zhigang, Xue; Hongkun, Li; Qingkai, H. (2017).

Condition monitoring and fault diagnosis methods for low-speed and heavy-load slewing bearings: a literature review. *Journal of Vibroengineering*, 19(5), 3429–3444.

<https://doi.org/https://doi.org/10.21595/jve.2017.18454>

Fernández-Canteli, E. C. & A. (2009). *A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage*. Springer.

Guo, W., Cao, H., He, Z., & Yang, L. (2015). Fatigue Life Analysis of Rolling Bearings Based on Quasistatic Modeling. *Shock and Vibration*, 2015. <https://doi.org/10.1155/2015/982350>

Guo, Y. B., & Liu, C. R. (2002). Mechanical properties of hardened AISI 52100 steel in hard machining processes. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 124(1), 1–9.

<https://doi.org/10.1115/1.1413775>

Hamrock, B. J., & Dowson, D. (1981). Ball Bearing Mechanics. *NASA Technical Memorandum*, June 1981, 5. <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19810023007>

Harris, T. A., & Yu, W. K. (1999). Lundberg-palmgren fatigue theory: Considerations of failure stress and stressed volume. *Journal of Tribology*, 121(1), 85–89.

<https://doi.org/10.1115/1.2833815>

Insight, T., & Europe, N. S. K. (n.d.). *Vida del rodamiento - El cálculo de la esperanza de vida de fatiga básica de los rodamientos de rodillos*. 1–2.

Ioannides, E., & Harris, T. A. (1986). A new fatigue life model for rolling element bearings. Part 2. *Antriebstechnik*, 107(5, 1986), 41–44.

ISO. (1990). *Rolling Bearings—Dynamic Load Ratings and Rating Life*.

Jacobson, B. (2011). History of Rolling Bearings. *Tribology Online*, 6(3), 155–159.

<https://doi.org/10.2474/trol.6.155>

Mlikota, M., Schmauder, S., & Božić. (2018). Calculation of the Wöhler (S-N) curve using a two-scale model. *International Journal of Fatigue*, 114(June), 289–297.

<https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.03.018>

- Nisbet, T. S. (1976). Rolling bearings. *Engrs. Digest*, 37(10).
- Oswald, F. B., Zaretsky, E. V., & Poplawski, J. V. (2011). Interference-fit life factors for ball bearings. *Tribology Transactions*, 54(1), 1–20.
<https://doi.org/10.1080/10402004.2010.512428>
- Palmgren, A. (1924). The Service Life of Ball Bearings. *Z. Ver. Deut. Ingr. (NASA TT F-13460)*, 68(14), 339–341.
- Palmgren, A. and R. B. (1945). Ball and Roller Bearing Engineering. *SKF Industries*.
- Pandiyarajan, R., Starvin, M. S., & Ganesh, K. C. (2012). Contact stress distribution of large diameter ball bearing using Hertzian Elliptical contact theory. *Procedia Engineering*, 38(December), 264–269. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.06.034>
- Pedersen, M. M. (2018). *Introduction To Metal Fatigue*. Aarhus University©.
<http://www.eng.au.dk>.
- Piña-Monarez, M. R. (2018). Weibull stress distribution for static mechanical stress and its stress/strength analysis. *Quality and Reliability Engineering International*, 34(2), 229–244.
<https://doi.org/10.1002/qre.2251>
- SAE AE-7. (1979). *Universal Joint and Driveshaft Desing Manual* (Firts).
- Sales, F. A. G., & Gmbh, E. (n.d.). *Averías de los rodamientos Reconocimiento de daños e inspección*.
- Schmid, S.R.; Hamrock, B. J.; Jacobson, B. O. (2014). Fundamentals of Machine Elements. In *Mechanical Design Engineering Handbook*. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097759-1.00004-6>
- Şik, A., Atak, A., Yavuz, C., & Özdemir, V. (2018). The Design of Fatigue Strength Machine Being One of the Methods for Determining the Mechanical Properties of the Materials Used in the Industry. *Journal of Science PART A: ENGINEERING AND INNOVATION*, 5(2), 79–88. <http://dergipark.gov.tr/gujisa>
- Song, L., Wang, H., & Chen, P. (2018). Vibration-Based Intelligent Fault Diagnosis for Roller Bearings in Low-Speed Rotating Machinery. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 67(8), 1887–1899. <https://doi.org/10.1109/TIM.2018.2806984>

- Strzelecki, P., & Sempruch, J. (2016). Verification of analytical models of the s-n curve within limited fatigue life. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Poland)*, 54(1), 63–73. <https://doi.org/10.15632/jtam-pl.54.1.63>
- The Society of Automotive Engineers, I. (1979). *Universal Joint and Driveshaft Desing Manual* (Firts).
- Tudose, L. (2010). Rolling bearing load rating capacities and rating life. *The 6th International Symposium KOD*, 5, 13–22.
- Ugural, A. C. (2004). *Mechanical design an integrated approach.pdf*. Mc Graw-Hill. <https://doi.org/0 07 242155-x>
- Weibull, W. (1939a). *A statistical theory of strength of materials*.
- Weibull, W. (1939b). The Phenomenon of Rupture in Solids. In *Proceedings of Royal Swedish Institute of Engineering Research* (Vol. 153, pp. 1–55).
- Weiss, J. . (2005). *Rolling element bearing metrology*. May.
- Yakout, M., Elkhatib, A., & Nassef, M. G. A. (2018). Rolling element bearings absolute life prediction using modal analysis. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 32(1), 91–99. <https://doi.org/10.1007/s12206-017-1210-1>
- Yakout, M., Nassef, M. G. A., & Backar, S. (2019). Effect of clearances in rolling element bearings on their dynamic performance, quality and operating life. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 33(5), 2037–2042. <https://doi.org/10.1007/s12206-019-0406-y>
- Yu, J., Ding, B., & He, Y. (2018). Rolling bearing fault diagnosis based on mean multigranulation decision-theoretic rough set and non-naive Bayesian classifier. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 32(11), 5201–5211. <https://doi.org/10.1007/s12206-018-1018-7>
- Zaretsky, E. Y. (1986). Fatigue criterion to system design, life, and reliability. *Journal of Propulsion and Power*, 3(1), 76–83. <https://doi.org/10.2514/3.22955>
- Zaretsky, E. V. (1998). A Palmgren revisited-A basis for bearing life prediction©. *Lubrication Engineering*, 54(2), 18–23.
- Zaretsky, E. V., Poplawski, J. V., & Root, L. E. (2012). Reexamination of ball-race conformity

effects on ball bearing life. *Tribology and Lubrication Technology*, 68(4), 44–60.

Zaretsky, E. V. (2013). Rolling bearing life prediction, theory, and application. *NASA Technical Reports, November 2016*, 66.

Zaretsky, E. V, Hendricks, R. C., & Soditus, S. (2003). <S1023621X03000290.pdf>. 313–325.
<https://doi.org/10.1080/10236210390221233>

Zhang, C., Yang, J. G., Liu, S., Gao, Q. S., & Yang, Y. (2017). Influence of Varnish on Bearing Performance and Vibration of Rotating Machinery. *International Journal of Rotating Machinery*, 2017. <https://doi.org/10.1155/2017/9131275>

APENDICE A: Publicaciones.

Article

Stress-Based Weibull Method to Select a Ball Bearing and Determine Its Actual Reliability

Baldomero Villa-Covarrubias * , Manuel R. Piña-Monarez , Jesús M. Barraza-Contreras  and Manuel Baro-Tijerina

Industrial and Manufacturing Department of the Engineering and Technological Institute,
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Cd. Juárez, Chihuahua 32310, Mexico;

manuel.pina@uacj.mx (M.R.P.-M.); al187061@alumnos.uacj.mx (J.M.B.-C.); al164467@alumnos.uacj.mx (M.B.-T.)

* Correspondence: baldomero.villa@uacj.mx

Received: 17 September 2020; Accepted: 10 November 2020; Published: 16 November 2020



Featured Application: Based on the catalogue L_{10} life, the paper let us to select the ball bearing that corresponds to the analyzed application, both formulation and steps are given. Moreover, when the actual application conditions are different of those at which the ball bearing was designed, the proposed method let practitioners to determine the real L-life (or reliability) that corresponds to the actual conditions, a step by step application and formulation is presented. Additionally, this methodology can be applied to any field or application where the input variables are either contact stress or principal stress values.

Abstract: Since the designed bearing’s reliability of 90% was determined in a lab environment, it does not represent the actual used environment. In this paper, a new methodology to determine the actual reliability that corresponds to the use conditions is offered. This new method is based on the standard method used to select the ball bearing. The proposed method is based on the two parameters of Weibull distribution, where the shape (β) and scale (η) parameters are both determined from the Hertz contact stresses values, which are generated under the surface of the motionless outer race, and by the forces transmitted between the ball and the outer race. Therefore, the derived reliability is different from the 90% index offered by manufacturers.

Keywords: weibull analysis; hertz stress; ball bearing; dynamic load; mechanical design; reliability

1. Introduction

Ball bearings are important machine components that are used in vehicles, machines, airplanes, appliances, and precision equipment [1,2]. Defects of ball bearings are the main cause of failure of a rotating machine [3,4]. A ball bearing failure caused a mechanical machine to stop working, resulting in economic losses. Therefore, fatigue life prediction for bearing has an important significance and practical value [5]. Currently, bearing manufactures offer their products with a reliability based on the L_{10} life percentile, that is obtained through tests performed on static loads and at a certain rotation speed [6]. Therefore, machine designers and people who use machines need to know the actual reliability that corresponds to their own application. In various articles, Erwing Zaretsky explained how the L_{10} life equation has been analyzed in different models such as the Waloddi Weibull fatigue life model, Lundberg-Palmgren model, Ionides-Harris model, and Zaretsky model [7–9]. In 1962, The Lundberg-Palmgren life equation has been incorporated into the International Organization for Standardization (ISO). Over the years, the formula has been questioned for various reasons, one of which is that it was obtained by testing bearings of the same model and under laboratory conditions. The aim of this article is not to criticize the formula, but rather, to make use of it in a new methodology



Stress-strength Weibull analysis with different shape parameter β and probabilistic safety factor

Manuel Baro-Tijerina ^a, Manuel Román Piña-Monárrez ^b & Baldomero Villa-Covarrubias ^c

^a Industrial and Manufacturing Department at IIT Institute, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Ciudad Juárez, México, & Industrial and Technology Department, Instituto Tecnológico Superior de Nuevo Casas Grandes, Casas Grandes, México, al164467@alumno.s.uacj.mx

^b Industrial and Manufacturing Department at IIT Institute, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Ciudad Juárez, México, manuel.pina@uacj.mx

^c IIT Institute, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Ciudad Juárez, México, baldomero.villa@uacj.mx

Received: February 3rd, 2020. Received in revised version: July 3rd, 2020. Accepted: July 27th, 2020.

Abstract

Since products are subjected to a random variable stress-strength, their reliability must be determined using the stress-strength analysis. Unfortunately, when both, stress and strength, follow a Weibull distribution with different shape parameters, the reliability stress-strength has not a close solution. Therefore, in this paper, the formulation to perform the analysis stress-strength Weibull with different shape parameters is derived. Furthermore, the formulation to determine the safety factor that corresponds to the designed reliability is also given. And because the relationship between the derived safety factor and the designed reliability is unique, then because reliability is random, the derived safety factor is random.

Keywords: probabilistic safety factor; Weibull distribution; stress-strength analysis; common Weibull shape parameter; variable stress-strength; β estimation directly.

Análisis estrés-resistencia Weibull con diferente parámetro de forma β y su factor de seguridad probabilístico

Resumen

Cuando los productos son sometidos a estrés variables, su confiabilidad debe ser estimada a partir de la resistencia que éstos tienen ante el estrés al que son sometidos, para lo que usamos el análisis estrés-resistencia. Desafortunadamente, cuando ambos, el estrés y la resistencia siguen un comportamiento Weibull con diferentes parámetros de forma, no existe una solución cerrada en la estimación de la confiabilidad. Por lo tanto, en este artículo, se presenta la formulación para poder realizar el análisis estrés-resistencia Weibull con diferente parámetro de forma. Además, la formulación para determinar el factor de seguridad probabilístico correspondiente al producto es dado. Y como la relación entre el factor de seguridad y la confiabilidad son únicas, entonces, la confiabilidad es aleatoria y el factor de seguridad también.


Palabras clave: factor de seguridad probabilístico; distribución Weibull; análisis estrés-resistencia; parámetro de forma común Weibull; estrés-resistencia variables; estimación directa de β .

1. Introduction

In general, the reliability of a component is given by its capability to withstand the applied stress. Therefore, due to both the stress and the strength variables are random, then in the reliability field, the analysis is performed by using a probability density functions (**pdf**) to model the stress variable and a pdf to model the strength variable [1].

Moreover, because in general two types of failure modes exist, to know the fatigue and shock failures modes. And since fatigue occurs due to the repeated application of the load (cyclical load behavior), and the shock occurs when the applied stress (s) is higher than the product's strength (S) ($s > S$). Then in both cases, the reliability of the analyzed component can be accessed by applying the stress-strength reliability analysis [2]. Unfortunately, if the stress and the

How to cite: Baro-Tijerina, M., Piña-Monárrez, M.R., and Villa-Covarrubias, B., Stress-strength Weibull analysis with different shape parameter β and probabilistic safety factor. DYNA, 87(215), pp. 28-33, October - December, 2020.

© The author; licensee Universidad Nacional de Colombia. 
Revista DYNA, 87(215), pp. 28-33, October - December, 2020, ISSN 0012-7353
DOI: <http://doi.org/10.15446/dyna.v87n215.84909>

Probabilistic Methodology to Determine The Shaft’s Diameter and Designed Reliability

Baldomero Villa-Covarrubias

Doctoral Student of the Technological Doctoral Program at the Engineering and Technological Institute Universidad Autónoma de Ciudad Juárez Ciudad Juárez Chihuahua, México

Manuel Baro-Tijerina

Doctoral Student of the Technological Doctoral Program at the Engineering and Technological Institute Universidad Autónoma de Ciudad Juárez Ciudad Juárez Chihuahua, México

Manuel R. Pina-Monarez

Researcher at the Industrial and Manufacturing Department of the Engineering and Technological Institute, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Cd. Juárez, Chih, México.

Abstract— In the proposed probabilistic shaft’s methodology the stress average and the standard deviation are both determined based on the binary synthesis approach. The efficiency of the proposed methodology is compared with the static and fatigue approaches. The application is performed by using a speed reducer. Then the estimated stress average and standard deviation are both used in the stress/strength methodology to determine the reliability of the designed shaft. Additionally, since by applying the probabilistic method, the mean and the standard deviation of the alternating S_a and fatigue S_e values are both always determined, then the proposed method is generalized to determine the shaft’s reliability by considering that both S_a and S_e follow either a normal, Weibull or lognormal distribution. Finally, the guidelines to select which distribution we should use in the stress-strength analysis are also given.

Keywords— Probabilistic shaft design, Fatigue; Weibull distribution; Binary synthesis; Stress/strength analysis; Torsional rigidity.

I. INTRODUCTION

In machines and equipment a shaft is used to let movement and transmit power [1], [2]. Therefore, its design is based on the applied alternating (S_a) and the midrange stress (S_m) values. However, when a shaft fails due to the S_w value, its failure occurs at the first cycle (or after a few cycles), meaning that the instantaneous applied S_w value was higher than the shaft’s strength. However, because in the design shaft’s phase, a security factor is used, then the material’s strength (S_y) value is higher enough than the S_w value (say $S_y \gg S_w$), implying no first cycle failure occurs. Consequently, the shaft fails by fatigue. Fatigue is a failure generated by the cumulated damage, generated by the cyclical application of the stress. Therefore, in the analysis the shaft’s failure is generated by the alternating S_a stress value. Consequently, the shaft’s reliability is also based on the S_a value. Thus, in this paper the fatigue shaft’s design as well as the shaft’s reliability are both determined by using both the nominal S_a value and its corresponding standard deviation. The S_a standard deviation is determined based on the fatigue and binary synthesis methodologies. The efficiency of the proposed method is shown by designing an intermediate shaft of a fan speed reducer, and by comparing the designed shaft’s diameter with those given by the static and dynamic (fatigue) methodologies.

In the static approach, the speed reducer shaft’s design is performed based on the bending and torsional stresses that are acting at the critical point of the shaft, in the yield strength S_y and ultimate strength S_{ut} material’s values [3]. And to determine if the designed shaft is whether safe or not, the Von Mises and the distortion energy (DE) criteria, with a safety factor of two [4-5] are used. The designed static shaft’s diameter was $d_s=0.0235\text{m}$ (0.928 in).

In similar form, in the dynamic fatigue approach [4], the shaft’s design analysis was based on both the alternating S_a and midrange S_m stresses values at which the shaft is subjected. The applied S_a value was determined based on both the bending loads generated by the gears, and on the radial forces generated by the applied torque. And the S_m value was determined through the Soderberg’s fatigue method, were the modified endurance limit (S_e) value was determined by using the corresponding endurance modification factors. The designed fatigue shaft diameter was $d_f=0.0375\text{m}$ (1.48 in).

On the other hand, in the binary synthesis approach [5], the shaft’s design analysis was performed by considering that all the endurance limit modification factors of the above fatigue approach are random [6] [7], and that they can be modeled by a normal distribution [8]. Therefore, after all the modifier factor were synthesized by using the binary synthesis approach. Then from the synthesized average values, the corresponding modified endurance limit (S_e) value was determined. And by using the S_e value with the corresponding Soderberg line and the stress ratio ($r=S_a/S_m$) in the Soderberg’s diagram, the maximum allowed S'_a value was determined. Finally, by using the S_a value of the fatigue analysis, and the addressed binary S'_a value and a safety factor of 2, the designed binary shaft diameter was $d_b=0.0381\text{m}$ (1.50 in).

However, here it is important to observe that 1) although in the static, fatigue and binary approaches we conclude the designed shaft is considered safe, and we use a safety factor of two, from neither of these analyses it is possible to determine the reliability that the designed shaft presents. And 2) because $d_b > d_f > d_s$ ($0.0235\text{m} > 0.0375\text{m} > 0.0381\text{m}$), then we have that the robust design is the one given by the binary method with $d_b=0.0381\text{m}$. 3) because in the binary method, the estimated S_a value is higher than the minimum expected strength $S_{e\text{min}}$ value ($S_a > S_{e\text{min}}$), then although we design the shaft with $d_b=0.0381\text{m}$, failures are expected. Hence in order to avoid failures, in

APENDICE A4: Publicación del capítulo 5 del libro “Critical Factors in Industry 4.0”. A multidisciplinary perspective.

Primera edición publicación electrónica 2021 ISBN: 978-607-8214-64-8

Coordinación editorial: E. Liliana Chaparro Vielma

Corrección: Carolina Caballero Covarrubias

Cubierta y diagramación: Karla María Rascón González Editado en México/Edited in México

CHAPTER 5

Weibull Reliability Methodology for Ball Bearing Design Based on Hertz Stress With Focus on Industry 4.0

Baldomero Villa-Covarrubias¹, Manuel R. Piña-Monarez¹,
Lázaro Rico-Pérez¹

¹ Doctorado en Tecnología, UACJ.

* Corresponding Author: baldomero.villa@uacj.mx

Abstract. The fourth industrial revolution, also known as Industry 4.0, is characterized by the digitalization of processes and use of technologies for manufacturing along with the combination of production processes and machines using internet, software and sensors is common. Since many of the mechanical elements of machines like bearings, screws, springs, gears, and pulleys are prone to failures or require constant maintenance, Industry 4.0 allows an analysis and provides instant feedbacks of the problems. Thus, when the process machines are interconnected and available, fewer failures will surface due to instantaneous feedback. Consequently, maintenance programs need to be rigorously designed, implemented and monitored. Moreover, there exist various types of maintenance such as preventive, corrective and predictive. The latter is the maintenance that is more commonly used in Industry

APENDICE B: Participación en Congresos Internacional.

APENDICE B1: Participación en congreso internacional “6th Annual World Conference of the Society for Industrial and Systems Engineering”

Proceedings of the 6th Annual World Conference
of the Society for Industrial and Systems Engineering,
Herndon, VA, USA
October 19-20, 2017

Mechanical Design using 2-D Mohr's Circle and the Weibull Distribution

B Villa-Covarrubias¹, MR Piña-Monarez¹, M Baro-Tijerina¹, and JA López-Rodríguez²

¹Technological Doctoral Program at the Engineering and Technological Institute at the Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Cd. Juárez, Chih, 32310, México

²Design Engineer at Valeo Wipers Systems Product Group, Cd. Juárez, Chih, México

Corresponding author's Email: baldomero.villa@uacj.mx

Authors Note: Baldomero Villa-Covarrubias and Manuel Baro-Tijerina are doctoral students of the Technological Doctoral Program in the Engineering and Technological Institute at the Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Manuel R. Piña-Monarez is a researcher in the Industrial and Manufacturing Department at the Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México. And Juan A. Lopez-Rodríguez is a mechanical design engineering at Valeo Company.

Abstract: In this paper we present the mechanical element design analysis by using an AISI 1040 steel with yield strength of $S_y=352$ MPa. The designed element is exposed to a bidirectional load. The applied load generates torsion, bending and tension stresses. These stresses could generate deformation. From these stresses by using the Mohr circle approach, the corresponding minimal stress (σ_{min}), maximal stress (σ_{max}) and the maximal shear stress (τ_{max}) are determined. Then based on (σ_{max}) and on the Von Mises Theory, the safety factor (SF) was determined. However, although the found SF index is higher than one (SF>1), because it does not represent the reliability (R(t)) of the designed element, then based on σ_{min} , σ_{max} and τ_{max} , the Weibull distribution analysis was used to determine the designed R(t) index. An application is also presented.

Keywords: Mechanical design, 2D-Mohr's circle, Von Mises Theory, Weibull distribution.

1. Introduction

At the present time in the design of a machine element, equipment and products a safety factor must be provided to prevent them from failing and to bring about various negative consequences. Thus, we will say that a designed element is safe if its safety factor (SF) is greater than one (SF>1). Safety is of paramount importance to ensure the machine element or designed part of a product will not fail before the designed time t . On the other hand, if an element fails, it can cause various unfavorable situations. For example, if a machine in a company stops working because one of its components fails, it can cause economic or human losses. Therefore, components are designed under a failure theory criterion that predict that the element will get a safety factor greater than one (SF>1). Thus, it is expected that the designed element will not fail. However, because the loads at which the element is designed and its own strength to withstand those loads are both random then the estimated SF index is not efficient to predict and/or to minimize the risk of failure. Hence, since the loads and the resistance are both random, then the reliability factor must be taken into account to predict and to minimize the risk of failure [1]. Doing this, in this paper based on the principal stresses σ_1 , σ_2 and on the maximum shear stress τ_{max} , the Weibull distribution is used to estimate the designed reliability index [R(t)]. Finally, we concluded that both the SF and the R(t) indices have to be analyzed to establish the designed component is safe.