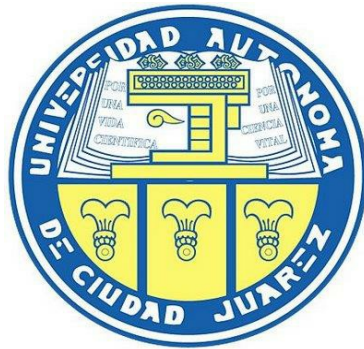


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CIUDAD JUÁREZ  
Instituto de Ingeniería y Tecnología  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computación



## **MÉTODOS DE SENSADO COMPRESIVO (SC)**

Reporte Técnico de Investigación presentado por:

Ruth Rentería Limón 93034

José Julián Solís Martínez 94610

Requisito para la obtención del título de  
**INGENIERO EN SISTEMAS COMPUTACIONALES**

Asesor responsable: M.I. Gabriel Bravo Martínez

Wondershare™

Mayo 2014

# PDF Editor



# PDF Editor

## **Autorización de Impresión**

Los abajo firmantes, miembros del comité evaluador autorizamos la impresión del proyecto de titulación

### **MÉTODOS DE SENSADO COMPRESIVO (SC)**

Elaborado por los alumnos:

Ruth Rentería Limón 93034

José Julián Solís Martínez 94610

---

Fernando Estrada Saldaña

Profesor de la Materia

---

Gabriel Bravo Martínez

Asesor Técnico



# PDF Editor

## Declaración de Originalidad

Nosotros Ruth Rentería Limón y José Julián Solís Martínez declaramos que el material contenido en esta publicación fue generado con la revisión de los documentos que se mencionan en la sección de Referencias y que la investigación desarrollada es original y no ha sido copiada de ninguna otra fuente, ni ha sido usada para obtener otro título o reconocimiento en otra Institución de Educación Superior.

---

Ruth Rentería Limón

---

José Julián Solís Martínez



PDF Editor

## Dedicatoria

Porque eres una gran madre, por brindarme todo tú apoyo, por motivarme y otorgarme tu amor, cariño y comprensión para cumplir mis metas, por estar conmigo en los momentos en que sentía que decaía, a ti todo mi amor y agradecimiento por siempre.

Para ti Mamá

Julián.

De todo corazón y con mucho cariño para las personas más importantes en mi vida, que me alentaron a salir adelante y que nunca me abandonaron, que estuvieron conmigo en las buenas y en las malas.

A mis papas, hermanos y a mi esposo.

Ruth



# PDF Editor

## Agradecimientos

Primeramente, quiero agradecer a mi familia, que siempre me mostró su apoyo durante mi estancia en la universidad, especialmente a mi mamá, en quien he encontrado un apoyo incondicional, la fuerza para seguir adelante y mi ejemplo de vida. A todos mis amigos, con los que compartí grandes momentos, en especial a Yazmín y a Yoaline quienes demostraron ser unas grandes amigas demostrándome su apoyo incondicional. A Margarita Méndez, gracias por siempre estar ahí, en los momentos en que más lo necesitaba, y por ser mi gran confidente. A los docentes que tuve a lo largo de mi carrera, gracias por compartir su conocimiento y experiencias conmigo. A la Dra. Bertha Musi Lechuga, muchas gracias por brindarme su apoyo incondicional y la confianza que Ud. deposito en mí. A mi compañera de equipo Ruth, gracias por compartir y ser participe en este gran paso. Y por último pero no por eso menos importante, a los Mtros. Gabriel Bravo y Fernando Estrada, quien con su paciencia, apoyo, consejos, sabiduría y experiencia, nos ayudaron a concluir una etapa importante en nuestras vidas.

A todos ustedes. Gracias.

José Julián Solís Martínez



wondershare™

PDF Editor

Agradezco a Dios por darme las fuerzas y la paciencia, porque sin estas no hubiera logrado la presente Tesis que represento un gran esfuerzo y dedicación para mí.

A mis padres Víctor y Ruth, que me apoyaron incondicionalmente, que me dedicaron de su tiempo y esfuerzo y realizaron muchos sacrificios para que yo pudiera llegar hasta aquí.

A mis hermanos y hermanas , que siempre estuvieron ahí motivando para salir adelante.

A mi esposo Rodolfo, por su ayuda y comprensión a lo largo de este camino, que desde un principio hasta el día hoy sigue haciéndolo.

A mi cuñado Daniel, que fue mi inspiración para lograr mi carrera.

A mi compañero de equipo Julián, que aunque tuvimos percances y discusiones no se rindió y logramos finalizar, gracias por compartir este logro, compañeros hasta el final.

A mi Mtro. Gabriel Bravo, que nos adoptó y que con su gran paciencia, experiencia y trabajo nos permitió llegar hasta el final.

Gracias a todos los que estuvieron a nuestro lado.

Atentamente

Ruth Rentería Limón



PDF Editor

## ÍNDICE

Autorización de Impresión.....	iii
Declaración de Originalidad.....	iv
Dedicatoria.....	v
Agradecimientos.....	vi
Lista de Figuras.....	xi
Lista de Tablas.....	xiii
Introducción.....	1
Capítulo 1. Planteamiento del Problema.....	2
1.1 Antecedentes de la investigación.....	2
1.2 Descripción y planteamiento del problema.....	4
1.3 Objetivos de la investigación.....	4
1.3.1 Objetivo general.....	4
1.3.2 Objetivos específicos.....	4
1.4 Pregunta de investigación.....	4
1.5 Justificación de la investigación.....	5
1.6 Limitaciones y delimitaciones de la investigación.....	5
Capítulo 2. Marco Teórico.....	6
2.1 Sensado Compresivo.....	6
2.1.1 Ventajas y desventajas del sensado compresivo.....	7
2.2 Teoría del muestreo.....	7
2.3 Señal escasa.....	7



Wondershare

PDF Editor



2.4 Redundancia.....	8
2.5 Frecuencia.....	8
2.6 Señales de tiempo.....	8
2.6.1 Señales de tiempo continuo.....	9
2.6.2 Señales de tiempo discreto.....	9
2.7 Matriz de medición.....	9
2.8 Transformada rápida de Fourier (FFT) por Khan, Osama Ullah.....	10
2.9 Orthogonal Matching Pursuit (OMP).....	10
2.10 Teorema de Shannon/Nyquist.....	10
2.11 Algoritmo de recuperación.....	11
Capítulo 3. Materiales y Métodos.....	12
3.1 Descripción del área de estudio.....	12
3.2 Materiales.....	12
3.2.1 Hardware utilizado.....	12
3.2.2 Software utilizado.....	12
3.3 Métodos.....	14
3.3.1 Técnicas de investigación.....	14
3.3.2 Metodología.....	14
3.3.2.1 Sensado Compresivo.....	15
3.3.2.2 Orthogonal Matching Pursuit (OMP).....	16
3.3.2.3 Transformada rápida de Fourier (FFT) por Khan, Osama Ullah.....	19
3.3.2.4 Colonna Compressive Sensing Algorithm (CSA).....	21



Wondershare™

PDF Editor

Capítulo 4. Resultados de la investigación.....	24
4.1 Presentación de resultados.....	24
4.1.1 OMP.....	24
4.1.2 FFT por Khan, Osama Ullah.....	28
4.1.3 Colonna CSA.....	32
4.2 Análisis e interpretación de resultados.....	35
4.2.1 Ventajas y desventajas de los algoritmos.....	36
4.2.1.1 OMP.....	36
4.2.1.2 FFT por Khan, Osama Ullah.....	36
4.2.1.3 Colonna CSA.....	37
Capítulo 5. Discusiones, conclusiones y recomendaciones.....	41
5.1 Con respectó a las preguntas de investigación.....	41
5.2 Con respecto al objetivo de la investigación.....	41
5.3 Recomendaciones para futuras investigaciones.....	42
Bibliografía.....	43
Anexos.....	45



# PDF Editor

## Lista de Figuras

Ilustración 1 Interfaz del programa MATLAB.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 2 Proceso general que sigue el Sensado compresivo.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 3. Señal original.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 4 Matriz de medición.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 5 Matriz de la Transformada de Fourier.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 6 Espectro de la matriz de medición.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 7 Comparación de la señal original y una reconstruida.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 8 Comparación de resultados con las señal original.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 9 Señal Original.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 10 Generación de la señal escasa.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 11 Recuperación de la señal .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 12 Representación de la función randperm .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 13 Matriz de medición.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 14 Elección de los tiempos aleatorios entre a matriz A y la señal escasa.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 15 Suposición inicial de la señal reconstruida....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 16 Comparación de la señal original y la reconstruida.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 17 Señal Original.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 18 Señal original con el espectro de medición ...	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 19 Matriz de medición generada .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 20 Muestreo de la señal .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 21 Estimación inicial de la posible reconstrucción de la señal.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 22 Comparación de las señales.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 23 Señal reconstruida .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 24 Capacidad de Recuperación FFT.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 25 Detalle de la señal reconstruida.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 26 Capacidad de recuperación OMP .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Ilustración 27 Capacidad de reconstrucción Colonna CSA.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>



wondershare™

PDF Editor

**Lista de Tablas**

Tabla 1. Comparacion de Resultados ..... 41



**PDF Editor**

## Introducción

Los métodos de sensado compresivo, modifican una señal que va a ser transmitida para que se pueda enviar de una manera más eficiente.

Actualmente, para la compresión de los datos se utiliza el método conocido de *Shannon/Nyquist*, el cual realiza al menos un doble muestreo al momento de comprimir, obteniendo una representación de la señal en función de la frecuencia; el uso de dicho método genera un gasto excesivo de recursos si la señal original es esparcida e incoherente.

El método de Sensado Compresivo, sugiere que se realice una sola tasa de muestreo que genere una señal escasa, que contenga la información suficiente para poder reconstruir la señal original.

El presente documento, se desarrolló bajo el uso de tres diferentes métodos de sensado compresivo, los cuales fueron evaluados, con una señal aleatoria, dejando abierto la posibilidad de elegir el tipo de ámbito de la señal a utilizar, donde la misma sea esparcida e incoherente y poder aplicarse así a cualquier área.

Finalizando la investigación, se muestran los resultados de la evaluación a los algoritmos con lo cual se puede decir que se logró alcanzar el objetivo principal al poder determinar el desempeño de cada algoritmo, en cuánto a rapidez y la capacidad de reconstrucción de la señal, realizando una comparación experimental de los 3 diferentes algoritmos puestos a prueba.



## Capítulo 1. Planteamiento del problema

En este capítulo se dan a conocer investigaciones previamente realizadas, así como los experimentos que se fueron llevando a cabo.

### 1.1 Antecedentes de la investigación

El área de detección comprimida se inició en el año 2000 aproximadamente, con la creación de la “Teoría del sensado compresivo”. Sin embargo años atrás ya se había comenzado con investigaciones que dieron paso a esta teoría.

El Departamento de Estadística de la Universidad de Stanford, publicó un artículo titulado "Unconditional bases are optimal bases for data compression and for statistical estimation" [1] en donde menciona que las bases que se eligen para realizar el muestreo son de vital importancia, ya que dependiendo de la base que se utilice será el resultado que se obtendrá, en dicho documento también se abordan las bases de Wavelets las cuales según el autor son de mayor precisión que las de la base de Fourier. Partiendo del trabajo previo, Donoho comenzó a formalizar investigaciones sobre el Sensado Compresivo, los cuáles se diversifican en las aéreas posibles a aplicar.

A mediados del año de 1998 Donoho con colaboración de M. Vetterli, R.A. DeVore, y I. Daubechies realizan la publicación del artículo llamado "Data Compression and Harmonic Analysis" el cual nos advertía del nuevo tipo de compresión pues los análisis que desarrollaron sobre construcciones armónicas, como wavelet transformadas y

transformadas de Gabor, estaban dando buenos resultados [2]. El año 2004 presentó un gran avance para la teoría del muestreo, Donoho publica el artículo "Compressed Sensing" donde introduce el concepto del sensado compresivo señalando que será una nueva tecnología y revolucionara el paradigma de la comprensión de los datos [3]. Para ese mismo año, Donoho en colaboración con Yaakov Tsaig desarrollan y publican el artículo "Extensions of Compressed Sensing" [4] respaldando su publicación anterior, mostrando los resultados obtenidos de las pruebas que se realizaron para comprobar lo planteado.

En el año 2005, "Compression Scheme for Faster and Secure Data Transmission Over Networks" redactado por B. S. Shajeemohan, Dr. V. K. Govindan, sugiere que los algoritmos de compresión reducen la representación de datos para disminuir la almacenamiento requerido [5]. También señala que la compresión de datos ofrece un enfoque interesante para reducir los costos de comunicación mediante el uso de ancho de banda disponible volviéndolo más eficaz, al mismo tiempo sugiere que se deben de desarrollar algoritmos más eficientes, pues la cantidad de datos que se continua generando cada vez es mayor, haciendo que los algoritmos sean obsoletos en un tiempo determinado.

Cerca ya el año 2008, Emmanuel J. Candés, Michael B. Wakin presentan el artículo "An Introduction To Compressive Sampling" donde redacta e introduce al lector en el sensado compresivo, mostrando el panorama del sensado, señalando que es algo diferente a lo que se tenía acostumbrado trabajar, afirmando que con menos muestreo se podría recuperar la señal [6].

Hay bastantes artículos, en la actualidad sobre el sensado compresivo en donde se abordan las diferentes aplicaciones y los beneficios de utilizar este nuevo paradigma, mas

sin embargo para la investigación que se realiza, los artículos mencionados, manejan un ambiente más general del sensado compresivo.

## **1.2 Descripción y planteamiento del problema**

El sensado compresivo, tiene como objetivo adquirir sólo una parte, significativamente menor, de la información de una señal, logrando con ello reducir su volumen con tan solo una pequeña pérdida de dicha información [7]. El problema radica en reconstruir la señal, ya que se reduce la cantidad de datos requeridos al momento de haber sido comprimida.

## **1.3 Objetivos de la investigación**

### **1.3.1 Objetivo general**

Analizar diferentes métodos para el sensado compresivo, con el fin de estudiar el nuevo paradigma en la compresión de datos.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Investigar y recopilar información sobre el sensado compresivo.
- Leer y documentar los diferentes tipos de sensado.
- Realización de pruebas de algunos algoritmos de sensado compresivo.
- Obtener ventajas y desventajas de los diferentes métodos del muestreo compresivo.
- Obtener conclusiones.
- Realizar documentación sobre lo investigado.





#### **1.4. Preguntas de investigación**

¿Qué métodos del sensado compresivo son más factibles y confiables para las diferentes áreas que se utilice el sensado compresivo?

#### **1.5. Justificación de la investigación**

Proporcionar una clasificación de los diferentes métodos de sensado compresivo, facilitando e impulsando el trabajo a investigadores, matemáticos aplicados, informáticos e ingenieros, enfocándose en varias áreas de aplicación, tales como la astronomía, biología, medicina, radar, sismología, etc., para la obtención de mejores resultados.

#### **1.6. Limitaciones y delimitaciones de la investigación**

La investigación desarrollada se limitará a la prueba de 3 algoritmos, los cuales serán analizados para saber cual resulta más eficiente para encontrar la cantidad de señal escasa, y sólo se trabajará con señales generadas.



PDF Editor

## Capítulo 2: Marco Teórico

El área de sensado compresivo es un campo relativamente nuevo, el cual ha tomado mucha popularidad, porque permite el almacenamiento y transmisión en menor cantidad de información. Sensado compresivo (CS) tiene como objetivo reconstruir señales e imágenes de un número significativamente menor de mediciones que tradicionalmente se creía necesario [8].

### 2.1 Sensado Compresivo

Es una técnica de compresión de información, la cual consiste en reducir la tasa de muestreo para obtener factores significativos de la información, con los cuales se pueda reconstruir la señal original.

La teoría del Sensado Compresivo determina que una señal escasa puede ser reconstruida con mayor posibilidad a partir de un conjunto de muestras provenientes de su proyección aleatoria, siempre y cuando la señal cumpla con la condición de escasez o poca densidad en algún dominio que denominamos diccionario  $\Psi$  y que éste a su vez sea incoherente con la matriz de medición  $\Phi$  [23]. Otro concepto dice que está basado en el hecho de que un número de proyecciones lineales no adaptativas sobre una señal compresible contiene suficiente información para reconstruirla y procesarla [9].

Dado lo antes mencionado se concluye que el número de muestras es obviamente menor que el de la señal esto trae por consecuencia menor cantidad de datos, el uso de recurso de almacenaje se minimiza y el tiempo de transmisión se reduce.

### **2.1.1 Ventajas y desventajas del Sensado Compresivo**

El Dr. Fernando Merchán realizó una serie de pruebas sobre el sensado compresivo para señales de audio en la Universidad Tecnológica de Panamá, el cual arrojó como resultado que esta técnica no es práctica para señales de este tipo, pues la señales actuales son insuficientemente escasas en ninguna base conocida y concluye que una de las ventajas que da esta técnica es de que se necesita una cantidad mucho menor de muestras para hacer una recuperación de alta calidad de la señal [10]. En otro artículo, de este mismo autor, por nombre "Fusión de imágenes con múltiples puntos de enfoque basado en sensado compresivo" menciona que la técnica es innovadora para diversas aplicaciones de video e ilustraciónales como procesamiento de imágenes médicas e imágenes satelitales, adquisición de imágenes en cámaras digitales y videocámaras [11].

### **2.2 Teoría del Muestreo**

Es un estudio de las relaciones que existen entre una población y muestras extraídas de la misma [12], en donde Hernández menciona que es útil para determinar si las diferencias observadas entre dos muestras son realmente debidas a variación de casualidad o si ellas son realmente significativas. Mostrando que el muestreo es una parte fundamental para el



wondershare

PDF Editor

sensado compresivo porque en esta parte es donde se elegirá la información para reconstruir la señal. Esta se sustenta en el cálculo de probabilidades.

### **2.3 Señal Escasa**

El concepto describe que una señal escasa o dispersa es aquella que sólo presenta valores distintos de cero en el dominio del tiempo o en algún otro dominio [13], *Compressed Sensing @ IDCoM* menciona “la representación dispersa incorpora la mayor parte o la totalidad de la información de una señal con una combinación lineal de un pequeño número de señales elementales llamadas átomos [14].” Mientras que en el libro “*A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way* refiere que “las señales llevan abrumadoras cantidades de datos en la que la información relevante es a menudo más difícil de encontrar, con el procesamiento es más rápido y más simple en una representación escasa [15]”.

### **2.4. Redundancia**

La redundancia es la sobrecarga de información transferida por unidad de datos, compone una medida de seguridad hacia los errores en el paso de la comunicación [16], si esta fuera eliminada la señal digital podría representarse de una forma más compacta, ya que el objetivo es minimizar la cantidad de bits necesaria para la transmisión y almacenamiento, preservando la calidad de la señal [17].

### **2.5 Frecuencia**



PDF Editor

La frecuencia con que se transmite o recibe información repercute en su valor. La información que aparece con excesiva frecuencia tiende a producir interferencia, ruido o distracción [16].

## **2.6 Señales de tiempo**

Las señales pueden describir una variedad muy amplia de fenómenos físicos, y aunque se pueden representar de muchas formas, en todo caso la información dentro de una señal está contenida en un patrón de variaciones de alguna forma [18]. Es decir una señal no va a ser más que una función de una o unas variables independientes que contiene información acerca de la naturaleza o comportamiento de algún fenómeno. Así, por ejemplo, la señal de voz se representa de forma matemática por la presión acústica como una función del tiempo. Hay dos tipos básicos de señales, de tiempo continuo y de tiempo discreto.

### **2.6.1 Señales de tiempo continuo**

En las señales de tiempo continuo, la variable independiente es continua, y entonces estas señales están definidas para una sucesión continua de valores de la variable independiente [18].

### **2.6.2 Señales de tiempo discreto**

Las señales de tiempo discreto están sólo delimitadas en tiempos discretos y en efecto para estas señales la variable independiente toma solo un conjunto de valores discretos. [18] Una señal o secuencia de tiempo discreto  $x[n]$  puede representar un fenómeno para el cual la



Wondershare<sup>TM</sup>

PDF Editor

variable independiente es sustancialmente discreta. También puede simbolizar muestras sucesivas de un fenómeno para el cual la variable independiente es continua.

## **2.7 Matriz de medición**

Una matriz de medición es creada por la selección de filas de las matrices obtenidas por los algoritmos que fueron previamente seleccionados, y es aquí donde se captura la información de la señal dispersa generada. Con lo obtenido se comienza con la recuperación de señal una vez que ha sido comprimida. El hecho de que la matriz de medición presente un pequeño número de filas (vectores de medición) tiene ventajas como mayor compresión de la información y menor tiempo de procesamiento. [13]

## **2.8 Transformada de Fourier**

Esta transformación permite descomponer una señal en sus componentes sinusoidales de diferentes frecuencias, estas proporcionan la herramienta ideal para analizar la respuesta en estado estacionario para tales señales periódicas de entrada [19]. Otro concepto menciona que la transformada es un método muy eficiente para determinar el espectro en frecuencia de una señal. [20]. También permite convertir las señales del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. La desventaja de esta transformación es que al pasar el dominio de la señal a la frecuencia se pierde la información referente al tiempo.

## **2.9 Orthogonal Matching Pursuit (OMP)**



Este algoritmo tiene como característica que cada vez que realiza una iteración selecciona la opción óptima a nivel local, dentro de un conjunto de posibles soluciones, esperando encontrar al final la solución óptima global [13].

## **2.10 Teorema de *Shannon/Nyquist***

El teorema dice que para poder replicar con exactitud la forma de una onda es necesario que la frecuencia de muestreo al menos el doble de la máxima frecuencia a muestrear, entonces cuantas más muestras se tengan, será posible reconstruir mejor la señal, no obstante, a mayor frecuencia de muestreo mayor será el ancho de banda necesario [18]. Los autores también redactan que este teorema permite calcular la velocidad máxima de transmisión de datos en un canal con ruido y relaciona dos parámetros fundamentales en todo canal de comunicación ancho de banda y la relación señal/ruido.

## **2.11 Algoritmo de recuperación**

Es el conjunto de métodos documentales, rutinas de tratamiento de información y procedimientos automáticos de tipo matemático-estadístico, ya predefinido en el funcionamiento de un programa informático, tales como la depuración, indexación, comparación de consultas, aplicación de modelos de recuperación, representación, evaluación y análisis necesarios para que el sistema de información satisfaga las necesidades de información del usuario [23].



# PDF Editor

## **Capítulo 3. Materiales y Métodos**

En este capítulo se procede a describir los materiales así como el procedimiento y las herramientas utilizadas para el desarrollo de la investigación.

El desarrollo del proyecto, consistió en realizar una investigación sobre el paradigma del sensado compresivo, el cual se detallará en páginas posteriores para su mayor comprensión y entendimiento.

### **3.1 Descripción del área de estudio**

PDF Editor



Este proyecto se ha desarrollado, para el área de investigación de procesamiento de señales y el entorno académico universitario, la información podrá ser consultada y estará disponible para quien lo solicite.

## **3.2 Materiales**

Para el desarrollo de esta investigación, se utilizó una computadora, así como también programas hechos en MATLAB, que fueron las herramientas seleccionadas con las cuáles se pudo completar la investigación.

### **3.2.1 Hardware utilizado:**

Se contó con una computadora portátil, HP Pavilion dv5 2130la, con la cual se llevaron a cabo todas las pruebas de los programas hechos para ejecutarlos en MATLAB.

Las especificaciones de la laptop se enlistan a continuación:

- Microprocesador: AMD Turion II Dual-Core Mobile P540 a 2.40GHz
- Memoria RAM: 6 GB DDR3 DIMM
- Gráficos de Video: ATI Mobility Radeon HD 4250 Series con 2880 MB de memoria gráfica total.
- Disco Duro: 500 GB (5400 RPM)

### **3.2.1 Software:**

- Sistema operativo: **Windows 8 Pro.**
- **MATLAB R2008b - Versión: 7.7.0.471**



Es un lenguaje de alto nivel y un entorno interactivo para el cálculo numérico, la visualización y la programación. Mediante este programa, es posible analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos o aplicaciones. El lenguaje, las herramientas y las funciones matemáticas incorporadas permiten explorar diversos enfoques y llegar a una solución antes que con hojas de cálculo o lenguajes de programación tradicionales, como pueden ser C/C++ o Java.

Por su gran versatilidad, fue escogida para el desarrollo de esta investigación, en la ilustración de abajo se puede observar la interfaz de la versión de MATLAB utilizada.

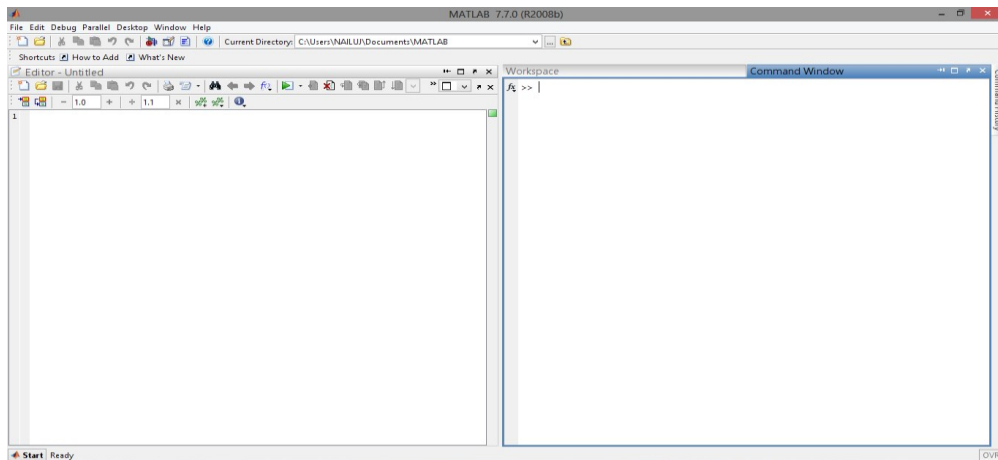
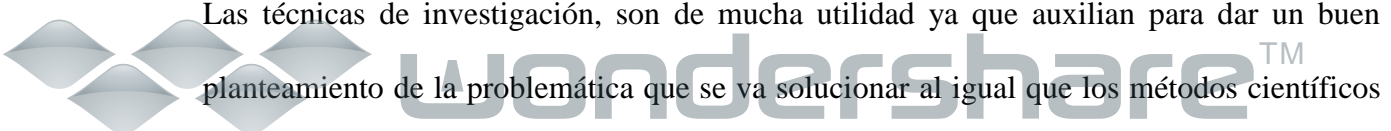


Ilustración 1 Interfaz del programa MATLAB

### 3.3 Métodos

#### 3.3.1 Técnicas de investigación

Las técnicas de investigación, son de mucha utilidad ya que auxilian para dar un buen planteamiento de la problemática que se va solucionar al igual que los métodos científicos que se van implementar para llevar a cabo la investigación.



La técnica investigación utilizada fue la de la **experimentación**. Este tipo de investigación, se entiende como: la observación dedicada y constante que se hace en un fenómeno que es objeto de estudio, al que se le van adaptando o modificando sus variables conforme a un plan predeterminado, esto con el propósito de analizar sus posibles cambios de conducta, dentro de su propio ambiente o en otro ambiente. Así mismo se utilizó el de la **observación**. Este tipo de investigación es el examen atento de los diferentes aspectos de un fenómeno a fin de estudiar sus características y comportamiento dentro del medio en donde se desenvuelve éste. De las ventajas que ofrece se encuentran la de hacer una formulación global de la investigación, esto puede o no incluir los planes, programas, técnicas y herramientas a utilizar. También, ofrece una variante la cuál es la **observación controlada**, donde se manipulan las variables para inspeccionar los cambios de conducta en el fenómeno observado.

### 3.3.2 Metodología

Los algoritmos puestos a prueba fueron 3, los cuáles son: Orthogonal Matching Pursuit (OMP), la Discrete Fourier Transform (DFT) por Khan Osama Ullah y el Colonna CSA. Estos algoritmos sirvieron para realizar las pruebas necesarias y llevar a cabo la investigación.

La teoría básica basada para la realización de la investigación, constó de los siguientes

pasos, los cuáles son:

- 
- wondershare™
- Investigar y recopilar información sobre el sensado compresivo.
  - Leer y documentar tipos de sensado.

PDF Editor

- Realización de pruebas de algunos algoritmos de sensado compresivo.
- Obtener ventajas y desventajas de los diferentes métodos del sensado compresivo probados.

### 3.3.2.1 Sensado compresivo

La técnica del sensado funciona tomando solo una parte de la señal para poder reconstruir la señal original. El resultado dependerá de los siguientes factores:

- Obtención de la señal escasa.
- Método o algoritmo de sensado compresivo
- Algoritmo de recuperación de la señal escasa.

Al igual que el número de muestras tomadas, la matriz o matrices de medición tomadas y tiempos aleatorios utilizados.

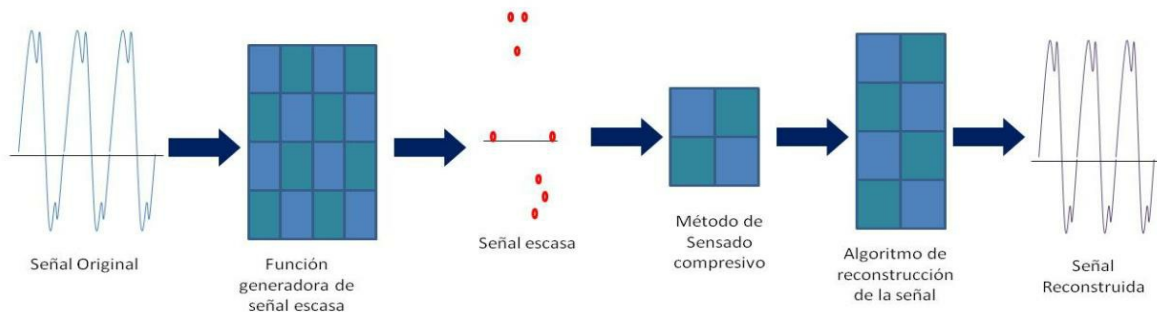


Ilustración 2 Proceso general que sigue el Sensado compresivo

En la ilustración 2, se muestra de manera general, como es que trabaja el sensado compresivo.

### 3.3.2.2 Orthogonal Matching Pursuit (OMP)

Este algoritmo, a base de iteraciones, realiza la mejor selección de un conjunto de posibles soluciones en cada iteración, para así al final, poder encontrar la mejor solución de todas las posibles. Esto con el propósito de realizar la aproximación del vector  $v$ , que es el vector resultante, conocido como vector de observación, el cual contiene información importante acerca de la señal  $S$ .

Como el vector  $v$ , depende de  $N$ , si  $N=d$ , no existe propiamente compresión de los datos pues la señal original, y el vector  $v$ , tienen la misma longitud. Si  $N < d$ , la dimensión del vector  $v$  es menor a la dimensión de  $S$ , esto significa que si existe compresión de los datos.

El algoritmo seleccionado de OMP, fue creado por Troop y Gilbert del Depto. de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Electrónica de Hong Kong, el cual tiene las siguientes variables:

Datos de entrada:

- $N$  = Longitud de la señal
- $M$  = Número de mediciones
- $K$  = Nivel de escases de la señal
- $f(\#)$  = Frecuencias de señal (1 a la 4)
- $f_s$  = Frecuencia de muestreo
- $x$  = Señal original (creada a partir de los datos de entrada)™

Datos de salida:

- $t_s$  = Intervalo de muestreo

- $T_s$  = Secuencia de la muestra
- $\hat{x}$  = Señal reconstruida

En el código del programa se toman estos datos de entrada para crear señal original, la cual se crea a partir de una serie de operaciones expresadas en la fórmula:

---


$$x = 0.3 * \cos(2 * \pi * f1 * Ts * ts) + 0.6 * \cos(2 * \pi * f2 * Ts * ts) + 0.1 * \cos(2 * \pi * f3 * Ts * ts) + 0.9 * \cos(2 * \pi * f4 * Ts * ts)$$


---

(1)

Después de la creación de  $x$ , se procedió a crear la matriz de medición  $\Phi$ , mediciones lineales obtenidas a partir de esta 's', el número de iteraciones  $m$ , matriz de transformación  $\Psi$ , matriz de recuperación  $T$ , un dominio espectral  $\hat{y}$ , una matriz incremental vacía  $Aug_t$ , y lo que serían los residuos  $r_n$ .

- $\Phi$  se obtiene de una matriz de tamaño  $M \times N$ , (en este caso de  $256 \times 1024$ ), y una combinación de números aleatorios, generados por MATLAB, por medio de la función *randn*,
- $s$  se obtiene de la multiplicación de  $\Phi * x$  (que es la representación lineal de  $x$ ),
- $m$  es la cantidad de iteraciones realizadas por el algoritmo,
- $\Psi$  es la matriz de transformación de Fourier, usando las funciones de MATLAB *fft*, *eye* y *sqrt*, las cuales son: la representación de transformada rápida de Fourier, la matriz identidad y la raíz cuadrada respectivamente.
- $T$ , obtenida de la multiplicación de  $\Phi * \Psi$ ,

- $\hat{y}$  es un dominio espectral con ceros
- $Aug\_t$  matriz vacía que se va incrementando.
- $r\_n=s$  son los residuos que deben a tender a ser cero.

Aquí la parte del código que muestra la serie de operaciones descritas anteriormente,

```
Phi = randn(M,N);
s = Phi * x.';
m = 2 * K;
Psi = fft(eye(N,N))/sqrt(N);
T = Phi * Psi';
hat_y = zeros(1,N);
Aug_t = [];
r_n = s; (2)
```

```
for times=1:m;
    for col=1:N;
        product(col)=abs(T(:,col))*r_n;
    end
    [val,pos]=max(product);
    Aug_t=[Aug_t,T(:,pos)];
    T(:,pos)=zeros(M,1); cont.
end
aug_y=(Aug_t'*Aug_t)^(-1)*Aug_t'*s;
r_n=s-Aug_t'*aug_y;
pos_array(times)=pos;
end
hat_y(pos_array)=aug_y;
hat_x=real(Psi'*hat_y.');
```

(3)

Los valores de entrada que recibió el algoritmo fueron los siguientes:

```
K=7;
N=1024;
M=256;
f1=1;
f2=10;
f3=20;
f4=40;
fs=80;
```

Estos valores se toman para realizar las siguientes operaciones, esto con el fin de crear la señal original ( $x$ ) con la que trabajará el algoritmo, tal y como se ve en la formula (1), al igual que las otras variables que están en (2).

Ahora bien en (3), se aprecia el procedimiento para realizar a cabo la reconstrucción de la señal, por medio de un ciclo *for* donde básicamente se realiza las iteraciones para buscar la mejor solución posible, esto dependiendo de  $m$ .

Para este algoritmo, se crea una comparación entre la señal original y la señal reconstruida. El código se puede apreciar en el apartado de anexos, código OMP sección 4.

### **3.3.2.3 Transformada Discreta/Rápida de Fourier (FFT) por Khan, Osama Ullah**

Jean-Baptiste Fourier escribe “Cualquier señal puede formarse con la sumatoria de funciones seno de distintas frecuencias a diferentes amplitudes”. Partiendo de esta frase, se desarrolla el método, que permite trabajar en el dominio de la frecuencia teniendo como objetivo descomponer la señal.

Mencionado esto, el algoritmo utilizado es un código de ejemplo que demuestra la detección de compresión por la transformada discreta de Fourier, fue realizado por Khan,

Osama Ullah, Phd Student, University of Michigan-Ann Arbor.





El código muestra la señal escasa en el dominio de la frecuencia y las muestras tomadas aleatoriamente se encuentran en el dominio del tiempo. A continuación se explican partes de importancia del código que se eligió:

Se tiene 1024 muestras ( $N$ ) como longitud de la señal original, de ahí se tomaran 256 muestras ( $K$ ) para realizar el muestreo en la señal original, el algoritmo realiza otro muestreo con sinusoides pero sobre las 256 muestras tomadas donde se obtienen  $k1$  y  $k2$  con los valores de 29 y 100 muestras respectivamente.

En esta parte del código se calcula la señal escasa en el dominio de la frecuencia.

$$x = \sin(2 * \pi * (k1/N) * n) + \sin(2 * \pi * (k2/N) * n);$$

Realiza le aplica al resultado de  $x$  la transformada de Fourier.

$$xf = \text{fft}(x);$$

Crea la matriz de la transformada discreta de Fourier de  $N$  y la inversa de la misma.

$$B = \text{dfmtx}(N);$$

$$B_{\text{inv}} = \text{inv}(B);$$

Tomando la transformada de la señal de  $xf$ , en base a la matriz  $B$  por la señal escasa sacada de la formula

$$xf = B * x';$$

Se seleccionan las filas aleatorias de la transformada discreta de Fourier y se crea la matriz de medición de la matriz  $A$

$$A = B_{\text{inv}}(q(1:K), :);$$

Toma los tiempos de medición aleatorios de la matriz de medición  $A$  por la transformada discreta de Fourier.

$$y=(A*xf);$$

Se ejecuta el algoritmo de recuperación de la señal, se utiliza para ello el cálculo inicial, quedando una matriz, con los parámetros que están en  $xp$

$$xp=ll eq\_pd(x0,A,[],y,1e-5);$$

Por último se realiza la recuperación de la señal en el dominio del tiempo utilizando la inversa de la matriz  $B$ , que es la matriz de la transformada discreta de Fourier de  $N$ , que es el número total de elementos o muestras originales, por el algoritmo de recuperación de señal.

$$xprec=real(Binv*xp);$$

### 3.3.2.4 Colonna Compressive Sensing Algorithm (CSA)

Este algoritmo de sensado compresivo, creado por el Dr. J. G. Colonna de la UFAM en Brasil, utiliza las funciones incluidas en MATLAB, para realizar las mediciones y la reconstrucción de la señal.

Este fue seleccionado como el tercer algoritmo a poner a prueba, el cuál consta de:

#### Datos de entrada:

- $N$  = Longitud de la señal
- $K$  = Número de mediciones
- $T$  = Número de *spikes*



wondershare™

PDF Editor

### Datos de salida:

- $x$  = señal original
- $q$  = espectro de medición
- $A$  = matriz de medición
- $y$  = muestreo de la señal
- $x0$  = estimación inicial de la reconstrucción
- $xp$  = señal reconstruida

Los valores de entrada de las variables  $N$ ,  $T$  y  $K$ , cuyos valores son 1024, 14 y 256 respectivamente, son de suma importancia, principalmente  $N$ , ya que esta variable se utiliza para conseguir la señal original, por medio de la función *zeros*, tal y como se observa en la siguiente expresión:

$$x = \text{zeros}(N,1);$$

Después está  $q$ , que por medio de la función *randperm*, aquí también participando  $N$ , expresado como:

$$q = \text{randperm}(N);$$

Se procede ahora a la creación de la matriz de medición  $A$ , que utiliza la función *randn* y las variables  $K$  y  $N$ , así como la variable  $y$ , y  $x0$  que son expresadas de la siguiente manera

$$y = A*x;$$

$$x0 = A'*y;$$



wondershare™

PDF Editor

Una vez creadas todas estas variables, se procede a crear la señal reconstruida, por medio de la función de MATLAB *linprog*, la cual resuelve el problema planteado y se expresa:

$$xp = \text{linprog}(f, Ai, bi, Aeq, beq);$$

En la sección de anexos se puede apreciar, el código del algoritmo completo.

En el siguiente capítulo, se darán a conocer los algoritmos en funcionamiento descritos anteriormente, contando con imágenes para ayudar a comprender mejor la ejecución de los mismos.



PDF Editor 24

## Capítulo 4. Resultados de la investigación

En este capítulo se describen los resultados derivados de la realización de esta investigación, así como el análisis detallado de los mismos. También se cuenta con ayuda visual como son imágenes y tablas que ayudarán en la mejor comprensión de los resultados.

### 4.1 Presentación de resultados.

En este apartado se dan a conocer el funcionamiento detallado de los algoritmos siguiendo la metodología que se siguió que se encuentra en la sección 3.3.2.

#### 4.1.1 OMP

El funcionamiento de este algoritmo, basado en iteraciones, (**ver sección 3.3.2.2**) toma los valores de las variables de entrada, Las cuáles son vitales para crear la señal original. En el algoritmo la señal original, es representada por la variable  $x$ , realiza la siguiente serie de operaciones para calcular  $x$ :

$$x = 0.3 * \cos(2 * \pi * f1 * Ts * ts) + 0.6 * \cos(2 * \pi * f2 * Ts * ts) + 0.1 * \cos(2 * \pi * f3 * Ts * ts) + 0.9 * \cos(2 * \pi * f4 * Ts * ts)$$

Para MATLAB, el valor predeterminado de la variable predefinida **pi** es de 3.1416, y las otras variables que se utilizaron para obtener  $x$ , provienen de los datos de entrada. La siguiente ilustración muestra la señal generada, al ejecutar el programa, esto se puede obtener por medio de función **plot**, al ingresar `plot(x)` desde la ventana de comandos en MATLAB.



Wondershare

PDF Editor

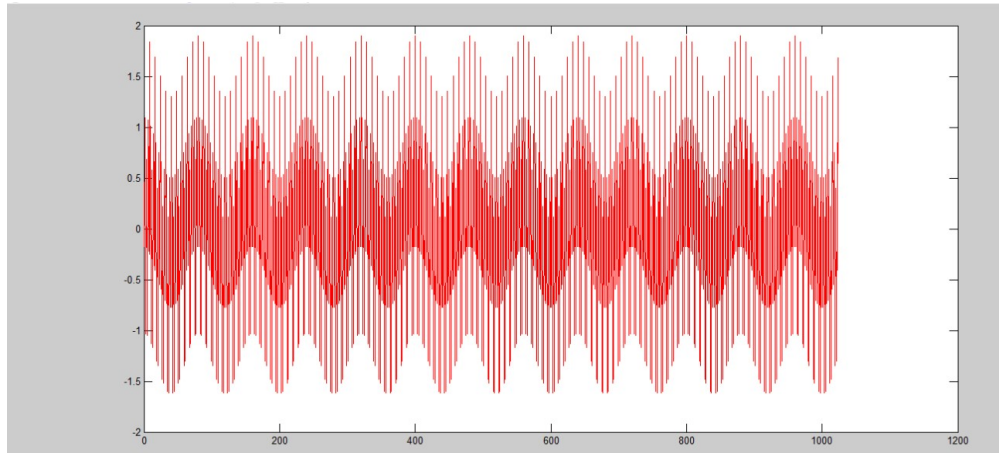


Ilustración 3. Señal original

Como puede observarse, la señal tiene una longitud  $N$ , y también se muestra el número de iteraciones realizadas, representadas por la variable  $K$ , la amplitud se obtiene al momento en que se crea la variable  $Phi$ , que es la matriz de medición de números aleatorios entre  $M$  y  $N$ .

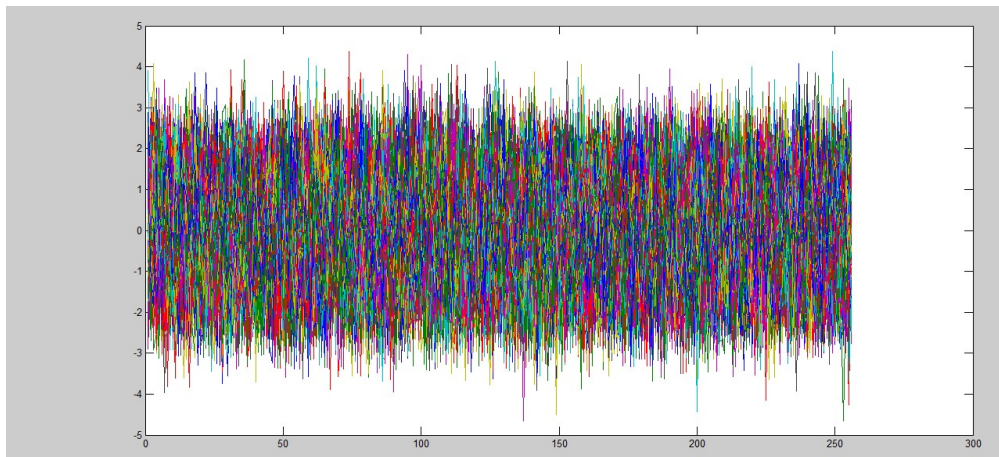


Ilustración 4 Matriz de medición

La variable  $s$ , es una representación de 256 números de mediciones lineales realizadas para observar el comportamiento de la señal. Estas variables pasadas, se conforman en la sección de detección de la señal en el dominio del tiempo, dando la amplitud como resultado primordial.

A continuación se mostrará lo que es el mayor problema de los algoritmos de SC, la reconstrucción de la señal, ya que como se menciona en la sección 1.2, el problema radica principalmente en la reconstrucción de la señal original, a partir de la señal escasa.

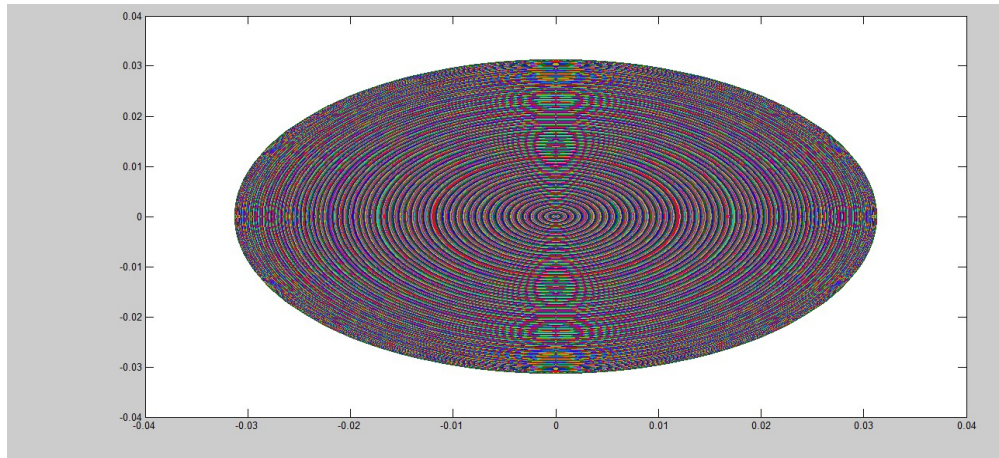


Ilustración 5 Matriz de la Transformada de Fourier

Este es el espectro de la matriz de medición de Fourier ( $\Psi$ ) utilizado para realizar la matriz de recuperación  $T$ , que se muestra a continuación.

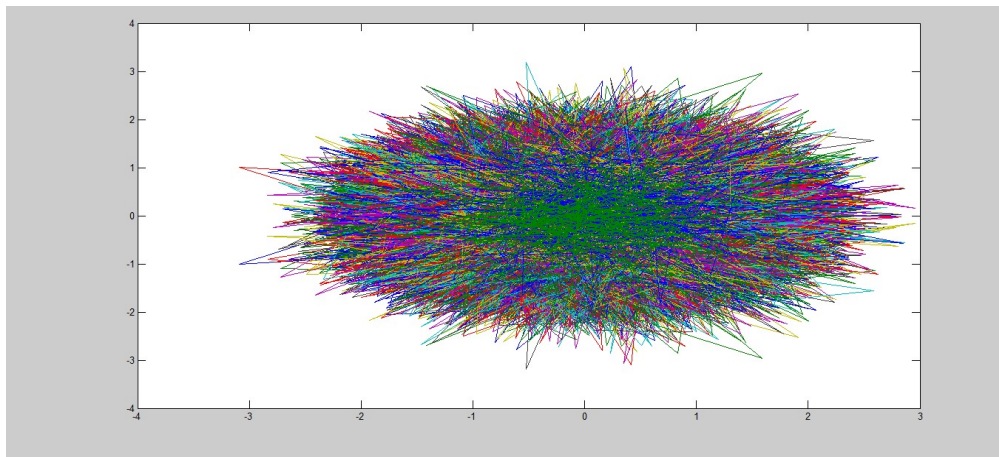


Ilustración 6 Espectro de la matriz de medición

Contando con estas matrices, en el ciclo *for* se realiza el proceso de iteraciones para hacer las mediciones pertinentes.

Es así como se llega a la señal reconstruida, en el gráfico siguiente se puede observar la comparación entre las dos señales la original  $x$  (en rojo), y la reconstruida  $\hat{x}$ .

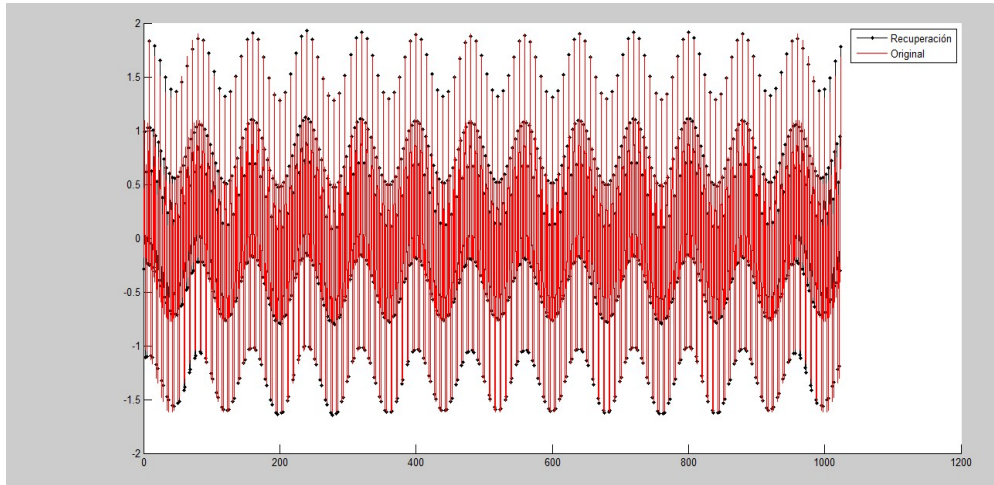


Ilustración 7 Comparación de la señal original y una reconstruida

Los puntos negros representan la señal reconstruida, como se aprecia, los mismos están colocados en la amplitud de la señal, creando así una recuperación casi exacta de la señal original.

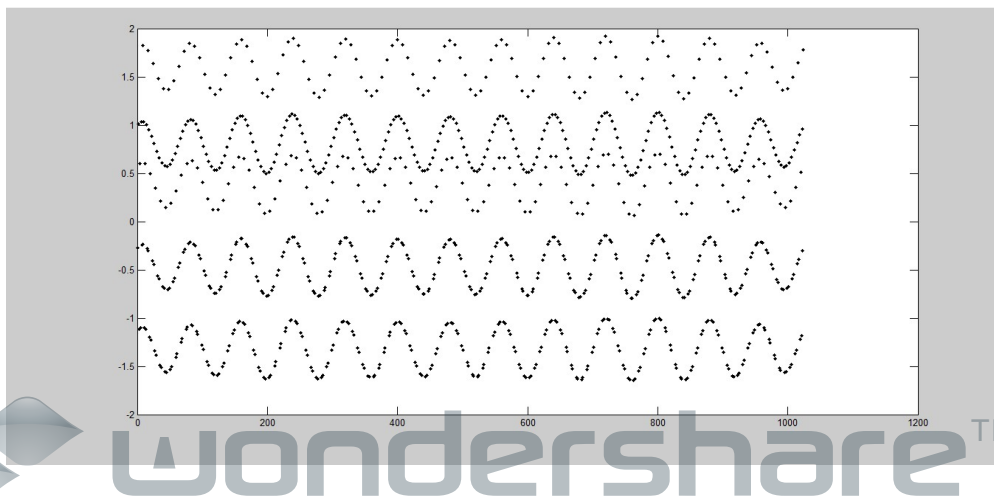


Ilustración 8 Comparación de resultados con la señal original



### 4.1.2 FFT

Este algoritmo, cuenta con los valores de entrada,  $N$ ,  $K$ ,  $k1$ ,  $k2$ , los cuales son de vital importancia para crear la señal original  $x$ , que esta expresada como ya se vió anteriormente en la sección 3.3.2.3.

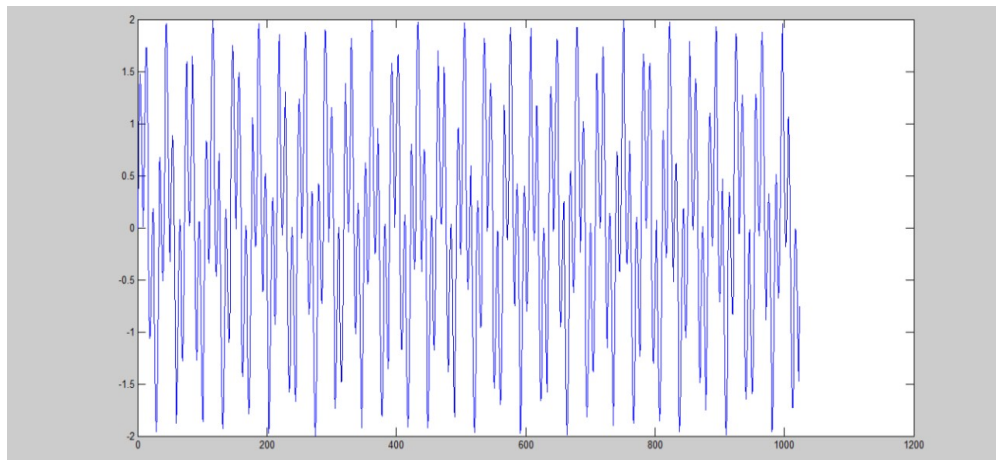


Ilustración 9 Señal Original

A continuación se procede a crear la transformada rápida de Fourier de la señal  $x$ , por medio de la función de MATLAB *fft*. La variable que contendrá este valor es  $xf$ , la cuál será la base para obtener  $xfmag$ , como se muestra en el siguiente gráfico

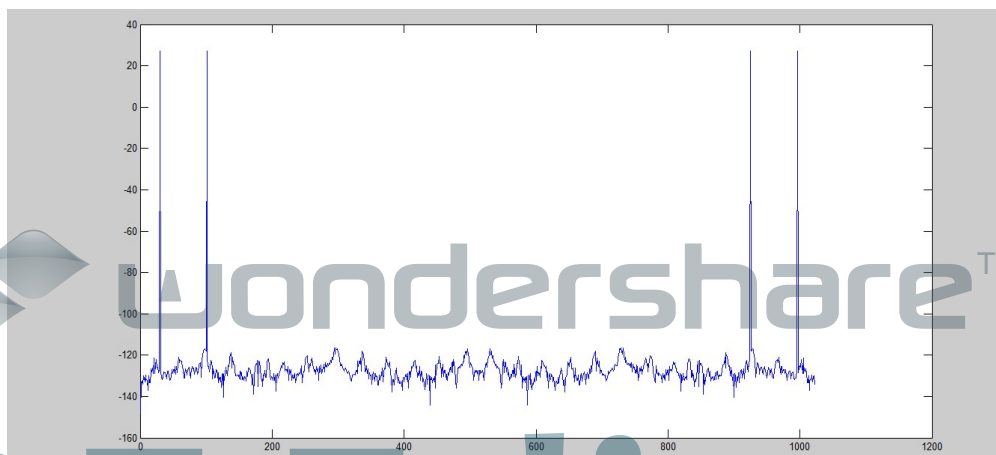


Ilustración 10 Generación de la señal escasa

Con estas variables creadas, se asigna a  $B$  un valor por medio de la expresión

$$B = \text{dftmtx}(N);$$

Al igual que la inversa de la transformada ( $B$ ),

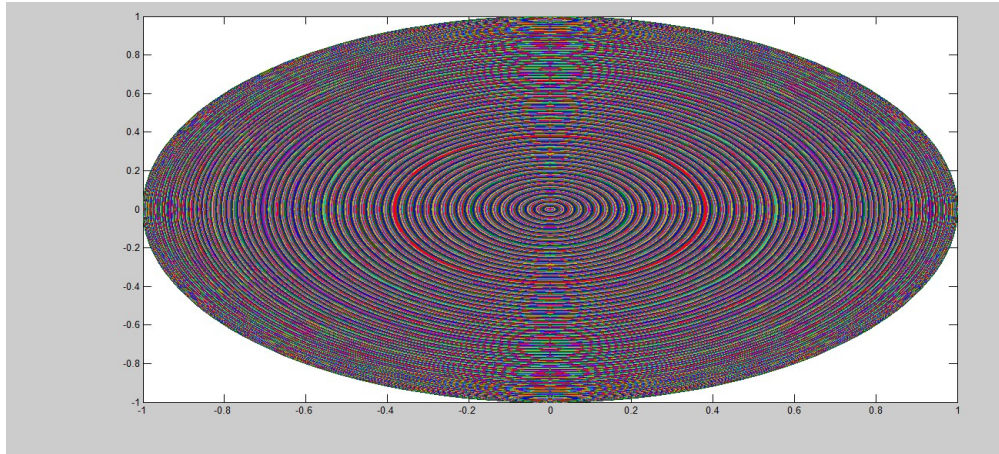


Ilustración 11 Recuperación de la señal

Se procede a continuación con la selección de renglones aleatorios  $q$ , asistiéndose con la función *randperm*, para posteriormente crear la matriz de medición  $A$ .

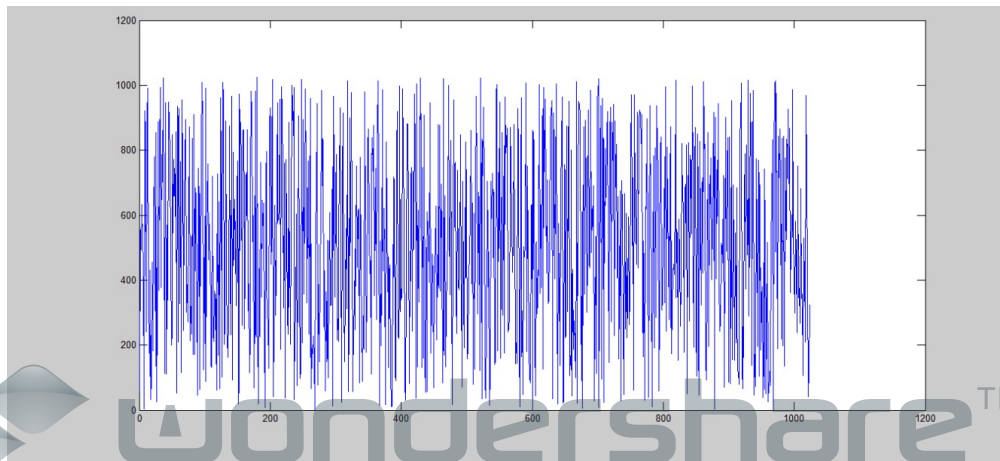


Ilustración 12 Representación de la función randperm

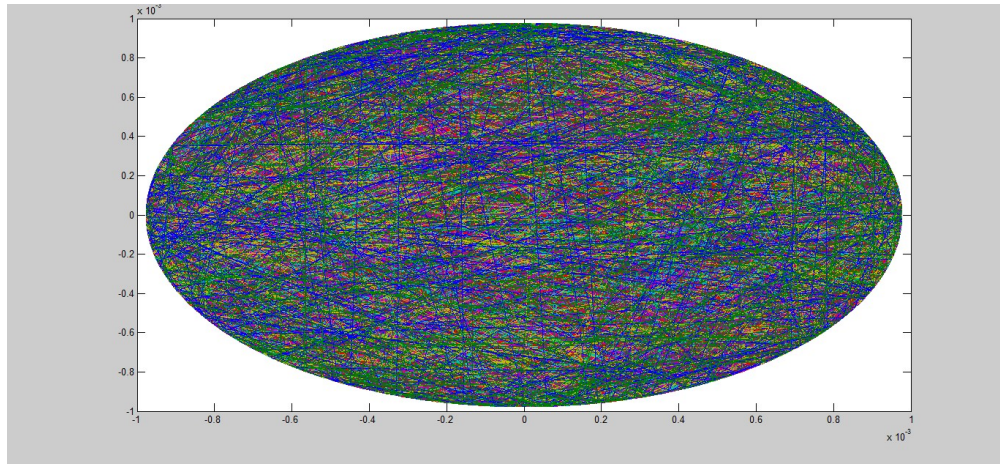


Ilustración 13 Matriz de medición

Con la obtención de  $A$ , se toman tiempos aleatorios  $y$ , entre  $A$  y  $xf$ ,

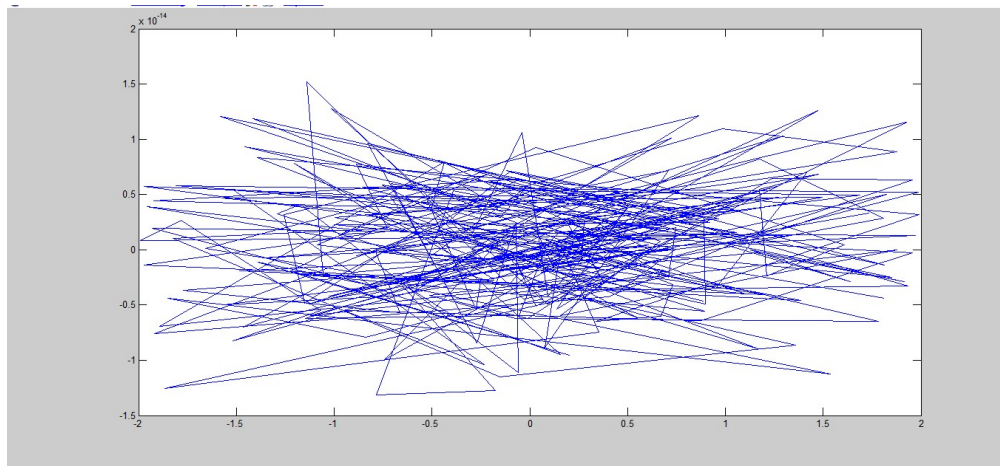


Ilustración 14 Elección de los tiempos aleatorios entre a matriz  $A$  y la señal escasa

Una vez que se obtuvo ( $A$ ) y ( $y$ ), se realiza un cálculo de la suposición inicial de la

señal reconstruida

wondershare™

PDF Editor

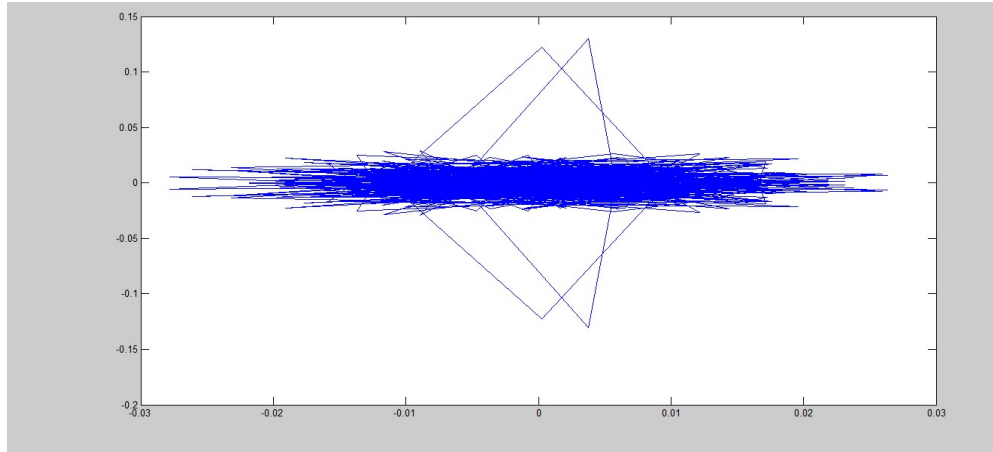


Ilustración 15 Suposición inicial de la señal reconstruida

Con las variables creadas anteriormente, se procede a ejecutar el algoritmo de recuperación, que una vez concluido su ejecución, nos da como resultado la señal reconstruida. La siguiente ilustración nos permite observar la señal original y la señal reconstruida.



Ilustración 16 Comparación de la señal original y la reconstruida

Como se observa, la señal reconstruida, solo presenta 4 coeficientes diferentes de 0 de los 1024 posibles.

### 4.1.3 Colonna CSA

Este algoritmo, tiene 3 datos de entrada que son:

$$N = 1024; T = 14; K = 256;$$

La  $N$ , es esencial para la creación de la señal original, la cual se aprecia en la ilustración de abajo.

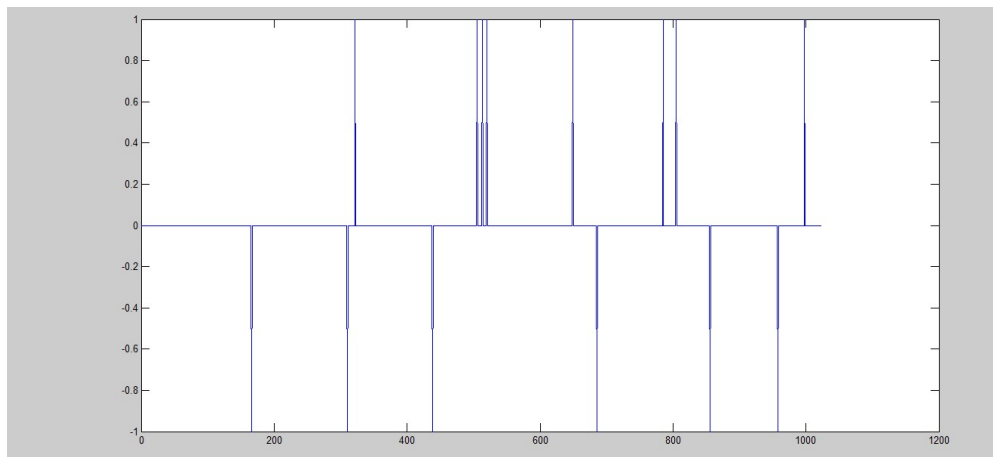
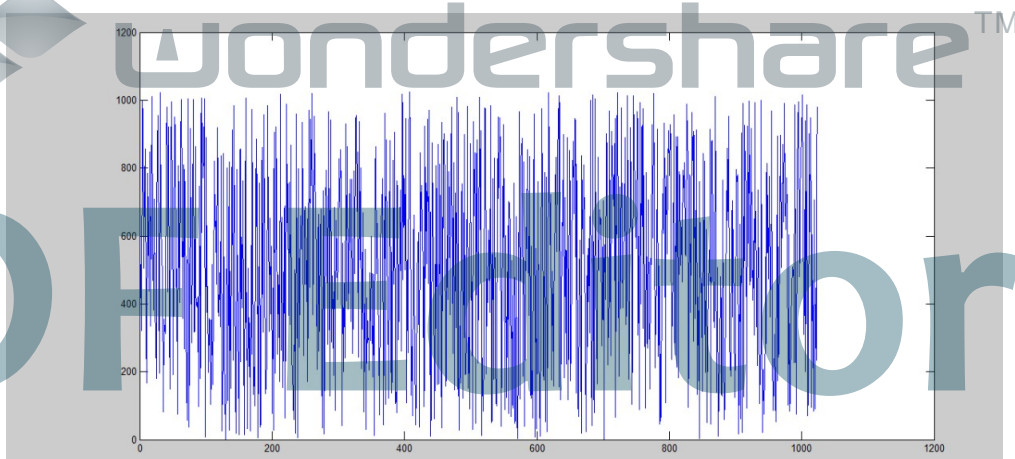


Ilustración 17 Señal Original

Como puede observarse, es una señal que tiene 14 *spikes* ( $T$ ), que son parte de los datos de entrada. Continuando con el código, se crea la variable  $q$ , que es el espectro de medición, esto puede observarse en el siguiente gráfico.



L

Ilustración 18 Señal original con el espectro de medición

La variable  $A$ , muestra la matriz de medición que tiene una forma como la siguiente:

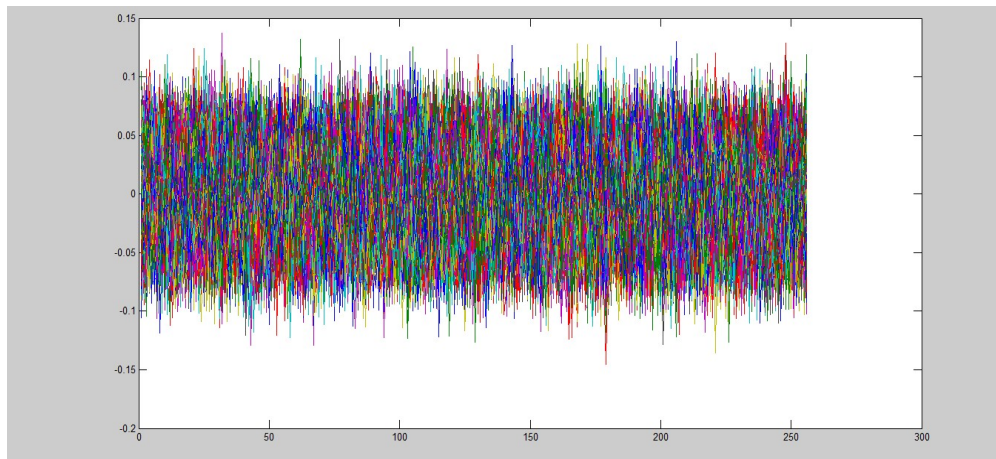


Ilustración 19 Matriz de medición generada

Una vez que  $A$  y  $x$  son creadas, el siguiente paso es originar el muestreo de la señal ( $y$ ), que servirá de referencia para dar paso a una estimación inicial de la posible reconstrucción de la señal original ( $x_0$ ), esto puede observarse en las siguientes imágenes.

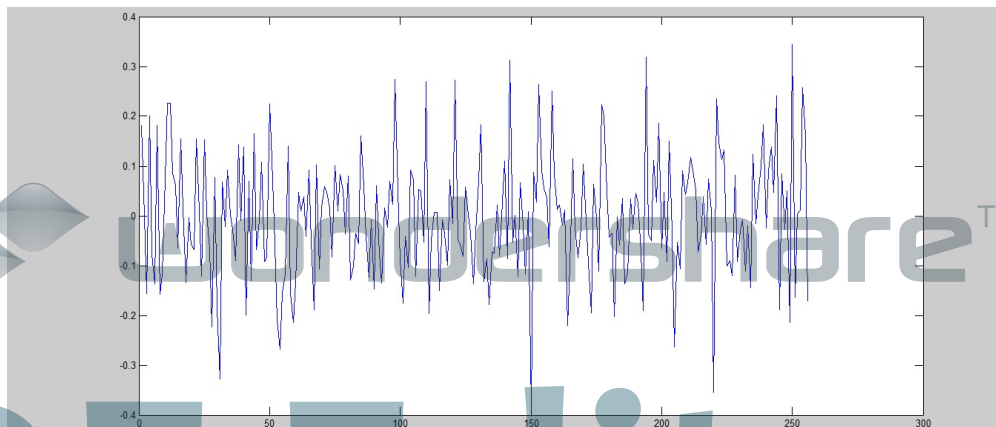


Ilustración 20 Muestreo de la señal

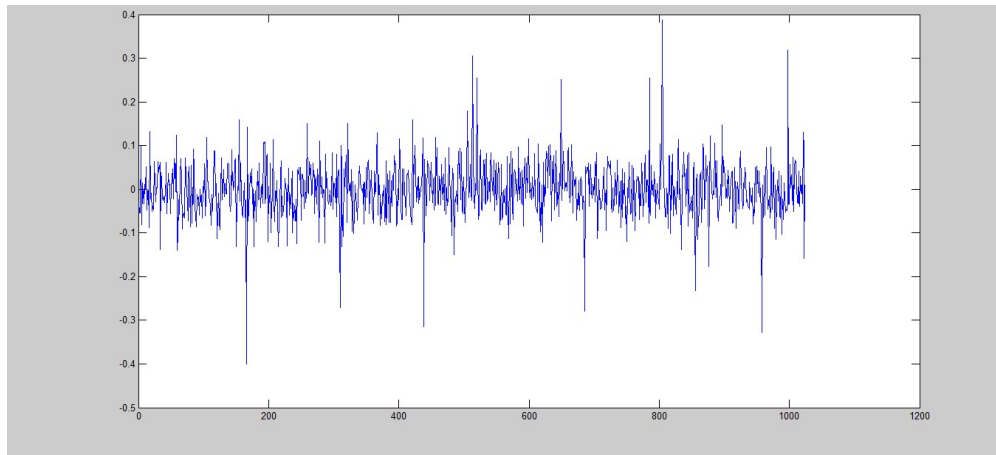


Ilustración 21 Estimación inicial de la posible reconstrucción de la señal

Teniendo ya todas estas variables creadas y definidas, entra en función la *linprog*, que es la parte primordial del algoritmo de reconstrucción implementado en este código. Así se da paso a la creación de la *xp*, que es la reconstrucción de la señal. El gráfico siguiente nos muestra la comparación de las dos señales.

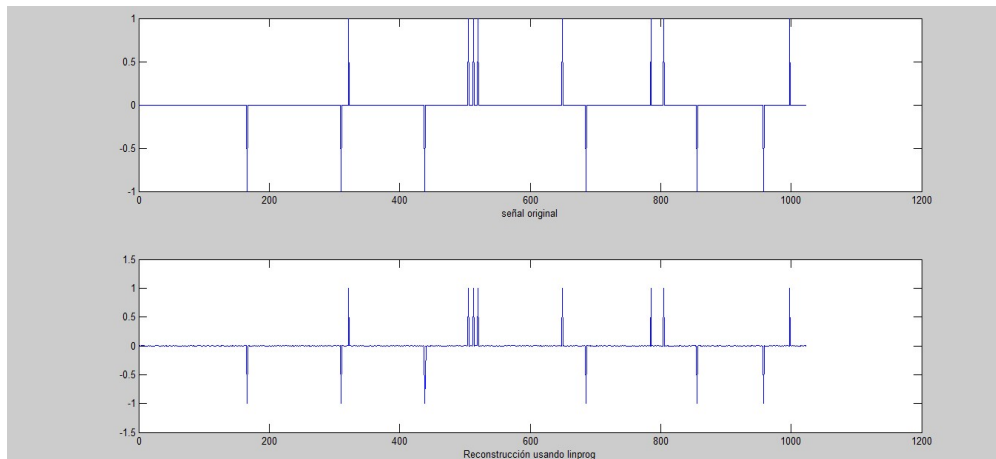


Ilustración 22 Comparación de las señales

Se observa como el algoritmo recrea la amplitud de la señal, sin llegar a ser exacta, para un entendimiento más claro, se muestra a continuación, la señal reconstruida, marcando los puntos máximos de amplitud.



Wondershare

PDF Editor

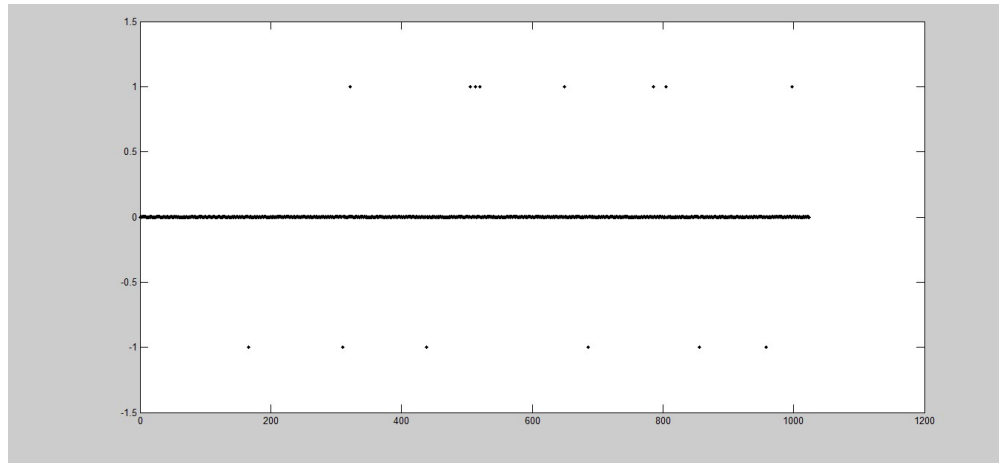


Ilustración 23 Señal reconstruida

## 4.2 Análisis e interpretación de resultados.

Durante las pruebas y ejecución de los algoritmos que fueron seleccionados para llevar a cabo esta investigación, se crearon ciertas pautas a seguir.

- Primero, se eligió que los algoritmos debían de tener valores de entrada en común, es decir, que las variables de la longitud de la señal, y del número de mediciones, fueran los mismos valores en los 3 algoritmos, esto con el propósito de poder hacer una comparación justa y objetiva de los algoritmos.
- Segundo, que esos valores que se escogieron, no deberían de afectar de manera negativa el tiempo de ejecución de los algoritmos.
- Tercero, los códigos seleccionados, debían poder ser de fácil

implementación en MATLAB y que funcionarían con la versión instalada de este *software*, en la computadora personal donde se llevaron a cabo las pruebas.



wondershare<sup>TM</sup>

PDF Editor



## 4.2.1 Ventajas y desventajas de los algoritmos

Como se planteó en la metodología a seguir en la sección 3.3.2, después de realizar las pruebas necesarias a los algoritmos, se procedió a realizar la comparación de estos, al cotejar ciertos parámetros que serían los puntos importantes a resaltar de acuerdo a las características en que se llevó a cabo la investigación.

### 4.2.1.2OMP

#### Ventajas

- Fácil implementación e interpretación
- Tiempo de ejecución rápida
- Señal de recuperación muy semejante a la original
- Muestra ambas amplitudes, negativas y positivas
- Gran documentación de este algoritmo

#### Desventajas

- Acorde a las condiciones en que se llevó a cabo la investigación, no se detectaron desventajas aparentes conforme a los otros 2 algoritmos.

### 4.2.1.3. FFT de Khan, Osama Ullah

#### Ventajas

- Fácil implementación

- Tiempo de ejecución rápida
- Gran documentación de este algoritmo

### **Desventajas**

- Se necesitó agregar un toolbox extra para su correcto funcionamiento
- La señal de recuperación no muestra las amplitudes negativas de la señal original.

#### **4.2.1.4 Colonna CSA**

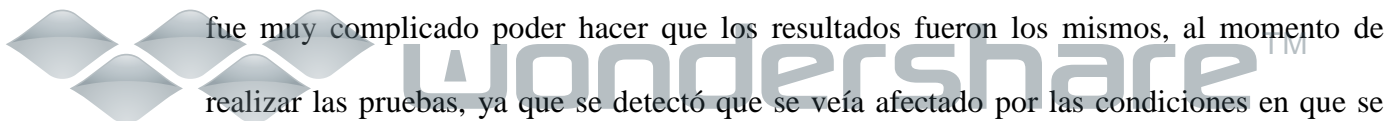
### **Ventajas**

- Fácil implementación
- Es junto con el OMP, el que mejor señal de recuperación otorga
- Muestra amplitudes negativas y positivas

### **Desventajas**

- Requiere más tiempo de ejecución que los otros dos algoritmos.
- Utiliza más recursos de procesamiento
- Poca documentación

Un punto muy importante a resaltar, y un gran problema al que nos enfrentamos al momento de realizar la prueba de los algoritmos, es que el tercer algoritmo **Colonna CSA**, fue muy complicado poder hacer que los resultados fueron los mismos, al momento de realizar las pruebas, ya que se detectó que se veía afectado por las condiciones en que se encontraba la computadora donde se ejecutó, tal como el uso de memoria RAM, uso de



CPU etc. Esto se veía reflejado principalmente en el tiempo de ejecución y en la resolución de la señal reconstruida.

Como no se contaba con la suficiente documentación y al momento en que iba la investigación ya muy avanzada, no se pudo investigar a fondo una solución para evitar o mitigar este efecto en el momento de ejecución del algoritmo. Por lo tanto, se optó por solo tener el algoritmo en ejecución, sin ningún otro programa o proceso que consuma recursos, para que se pudieran tener los mejores resultados, que son los mostrados en al final de la **sección 4.1.3.**

Algoritmo	Tiempo de ejecución	Capacidad de recuperación
FFT modificada por Khan, Osama Ullah	1.0372s	
Orthogonal Matching Pursuit	092994s	
Colonna CSA	17.5s	

Tabla 1 Comparación de Resultados

Como se puede apreciar en la imagen, la gráfica en azul muestra la señal original con la cantidad de elementos que esta contiene, mientras que en la gráfica en rojo, muestra la señal reconstruida, donde los puntos en rojo son los coeficientes más significantes, demostrando que este algoritmo tiene una capacidad de recuperación acorde a las características de la FFT.

En la siguiente ilustración se observa con más detalle la parte inferior de la señal en rojo.

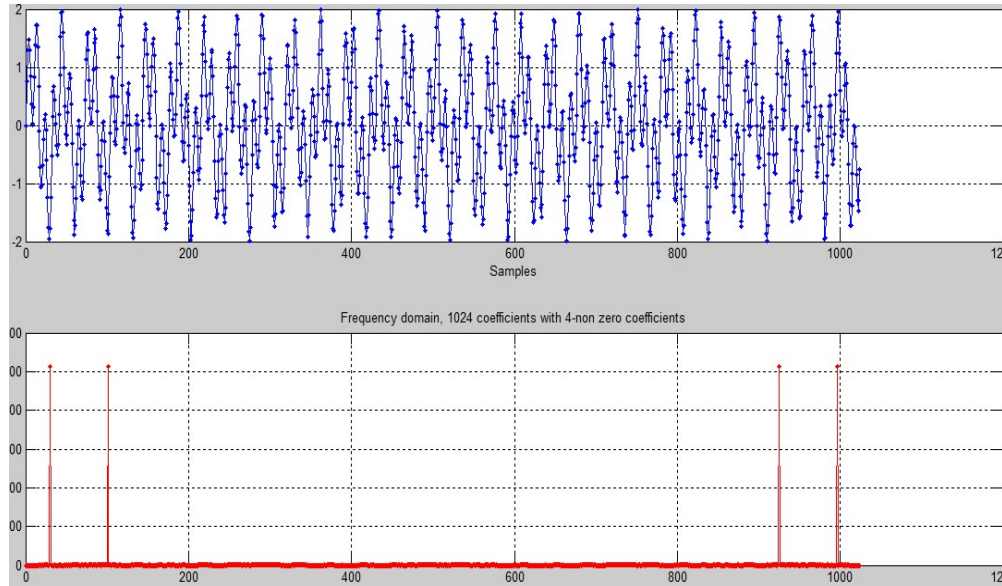


Ilustración 24 Capacidad de Recuperación FFT.

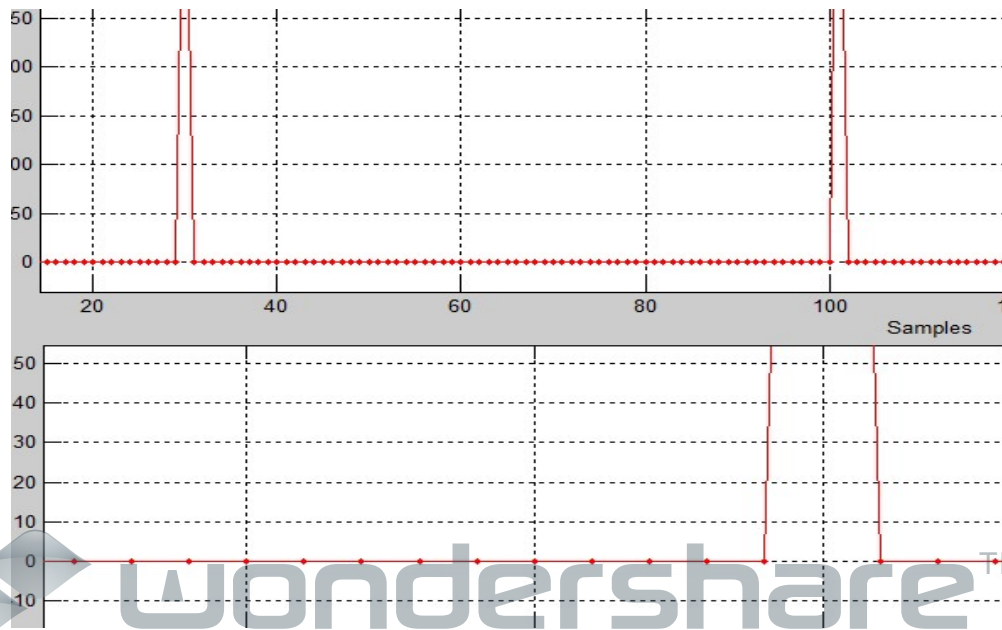


Ilustración 25 Detalle de la señal reconstruida.



En el OMP, se observa que la señal reconstruida (en negro), muestra un comportamiento muy similar a la señal original (en rojo), con lo que se confirma que la capacidad de este algoritmo es bastante aceptable.

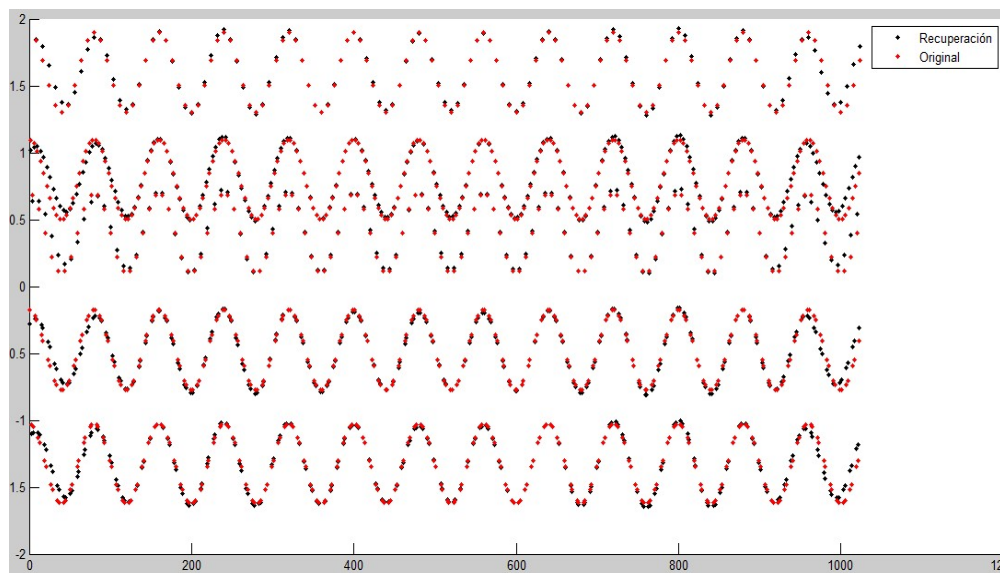
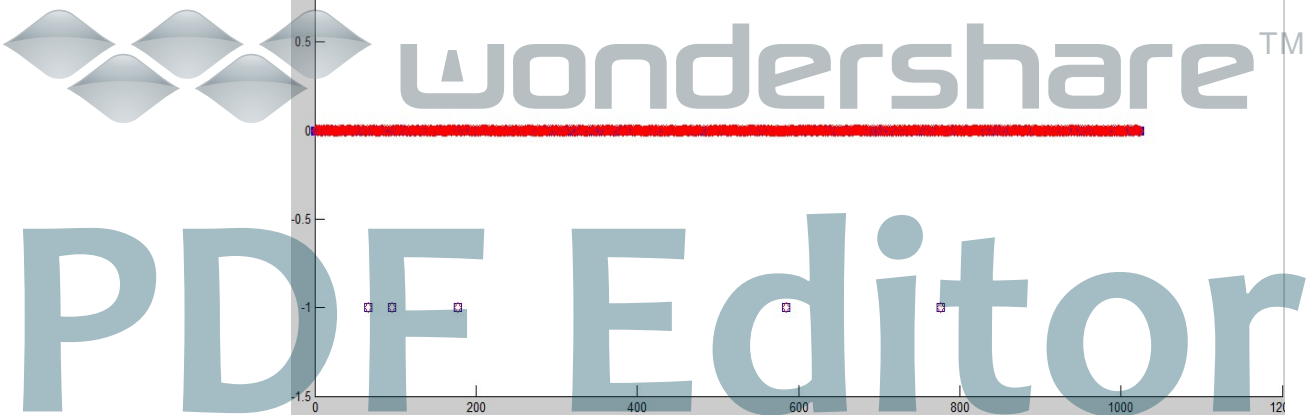


Ilustración 26 Capacidad de recuperación OMP

Este algoritmo muestra la señal de recuperación casi en una posición exacta de la señal original. Contando con una excelente capacidad de recuperación, tal y como se observa en la siguiente ilustración:



## **Capítulo 5. Discusiones, conclusiones y recomendaciones.**

El desarrollo de esta investigación, que conforme a la sección 3.3.2 nos dio la pauta a seguir en la metodología con los siguientes puntos:

Investigar y recopilar información sobre el sensado compresivo.

1. Leer y documentar tipos de sensado.
2. Realización de pruebas de algunos algoritmos de sensado compresivo.
3. Obtener ventajas y desventajas de los diferentes métodos del sensado compresivo probados.

Se puede concluir que se pudo cumplir con todos estos puntos, como se puede observar en esta investigación, ya los dos primeros puntos, se pueden observar en los capítulos 1 y 2, así como los dos últimos puntos, se pueden apreciar en los capítulos 3 y 4.

### **5.1 Con respecto a las preguntas de investigación**

De los algoritmos analizados, se concluyó que el algoritmo que da mejores resultados tanto en tiempo y calidad de la reconstrucción de la señal es el Orthogonal



wondershare<sup>TM</sup>

PDF Editor

Matching Pursuit, por su fácil implementación, tiempo de ejecución rápida y una reconstrucción de la señal semejante a la original.

## **5.2 Con respecto al objetivo de la investigación**

Con lo visto en el capítulo 3, donde se puede apreciar la documentación y el análisis que se realizó a los algoritmos ejecutados, mostrando su funcionamiento, así mismo en el capítulo 4, donde se muestran los resultados al ejecutar los algoritmos y demostrando su correcto funcionamiento de acuerdo a las pruebas realizadas, pudimos darnos cuenta que se puede, a partir de una señal  $x$  realizar la reconstrucción de dicha señal por medio de estos algoritmos que generan una señal escasa la cual sirve para realizar el proceso de reconstrucción de la señal, por lo que podemos concluir que se cumplió el objetivo de esta investigación completa y satisfactoriamente.

## **5.3 Recomendaciones para futuras investigaciones**

Para una futura investigación, sugerimos que se experimente con otros algoritmos de Sensado Compresivo, que sean especializados en imágenes, para que se pueda experimentar y poder ver, que tan eficiente pueden ser estos algoritmos al realizar el proceso de reconstrucción de las imágenes, a diferencia de los probados en esta investigación, donde se trabajó solamente con señales aleatorias de información.

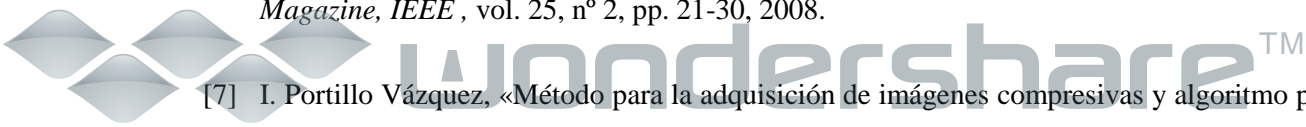
Así mismo, se sugiere experimentar con otro tipo de matrices matemáticas para realizar el proceso de generar la señal escasa.



PDF Editor

## Bibliografía

- [1] D. L. David, «Unconditional bases are optimal bases for data compression,» Department of Statistics Stanford University, Palo Alto, California, 1992.
- [2] D. L. V. M. D. R. A. D. I. Donoho, «Data compression and harmonic analysis.,» IEEE Trans. Inform. Theory, 1998.
- [3] D. L. Donoho, «Compressed Sensing,» Department of Statistics Stanford University., Palo Alto, California, 2004.
- [4] Y. D. D. L. Tsai, «Extensions of compressed sensing,» Elsevier North-Holland, Inc, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands , 2004.
- [5] B. S. D. G. V. K. Shajeemohan, «Compression Scheme for Faster and Secure Data.,» CSED, NITC, Kerala, India., 2005.
- [6] E. J. W. M. B. Candès, «An Introduction To Compressive Sampling,» *Signal Processing Magazine, IEEE* , vol. 25, nº 2, pp. 21-30, 2008.
- [7] I. Portillo Vázquez, «Método para la adquisición de imágenes compresivas y algoritmo para su reconstrucción.,» Chihuahua, Chihuahua, Mexico, 2008.





- [8] M. Lustig y D. L. S. .. M. ., J. M. P. Donoho, «Compressed sensing MRI,» *Signal Processing Magazine, IEEE* , vol. 25, n° 2, pp. 72-82, 2008.
- [9] A. R. F. R. J. Castro Lechtaler, *Teleinformatica Para Ingenieros en Sistemas de Informacion*, Barcelona, España : Reverte,S.A, 2006.
- [10] F. Dr Merchan, «Procesamiento digital de señales,» Panama, 2007.
- [11] E. M. F. Quezada, «Fusión de imágenes con múltiples puntos de enfoque basado en sensado compresivo,» Panamá., 2012.
- [12] E. Hernandez Arroyo, *Hand book of statistics*, Bogotá, Colombia: Universidad Cooperativa de Colombia., 2006.
- [13] R. H. R. C. J. Adriana Patricia Lobato Polo, «Sparse signal recovery using orthogonal matching pursuit (OMP),» Cali, Colombia, 2008.
- [14] T. U. o. Edinburgh, «Compressed Sensing @ IDCoM,» [En línea]. Available: <http://www.see.ed.ac.uk/~mdavies4/Research/CS/>. [Último acceso: 26 Marzo 2013].
- [15] S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way*, Burlington,MA: Academic Press, 2008.
- [16] P. o. d. postgrado, «<http://ocw.innova.uned.es/>,» [En línea]. Available: <http://ocw.innova.uned.es/mm2/tcm/contenidos/pdf/tema2.pdf>. [Último acceso: 4 Mayo 2013].
- [17] E. P. Superior, «Universidad Autónoma de Madrid (UAM),» [En línea]. Available: [http://arantxa.ii.uam.es/~tacc1/mm\\_05/Slides/2per\\_page\\_pdf/J/08.pdf](http://arantxa.ii.uam.es/~tacc1/mm_05/Slides/2per_page_pdf/J/08.pdf). [Último acceso: 30 Septiembre 2013].
- [18] U. d. Antioquia, «<http://docencia.udea.edu.co/>,» [En línea]. Available: <http://docencia.udea.edu.co/SistemasDiscretos/contenido/senales.html>. [Último acceso: 6 Mayo 2013].
- [19] K. R. Samir y R. M. Musalem, «<http://www2.elo.utfsm.cl/>,» [En línea]. Available: <http://www2.elo.utfsm.cl/~elo377/documentos/Wavelet.pdf>. [Último acceso: 10 Julio 2013].



wondershare™

PDF Editor

[20] A. Teolis, Computational Signal Processing with Wavelets, Birkäuser, 1998.

[21] L. R. Castro y S. M. Castro, «Wavelets y sus aplicaciones,» Depto. de Matematica- Depto de Computacion. Universidad Nacional del Sur, Bahia Blanca, Argentina.

[22] U. d. I. A. Puebla, «<http://catarina.udlap.mx/>,» [En línea]. Available: [http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lem/hernandez\\_d\\_m/capitulo2.pdf](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/hernandez_d_m/capitulo2.pdf). [Último acceso: 10 Julio 2013].



PDF Editor 46

## Anexos

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez  
Instituto de Ingeniería y Tecnología

UACJ

### Propuesta de tema para la materia de Seminario de Titulación I

<b>Nombre:</b> Ruth Rentería Limón, José Julián Solís Martínez.	<b>Matrícula:</b> 93034, 94610.
<b>Programa académico:</b> Ingeniería en Sistemas Computacionales	
<b>Departamento:</b> Eléctrica y Computación	

**Título:** Métodos de Sensado Compresivo (SC)

#### Contextualización:

Las señales contienen información, por lo cual se busca poder recibirlas o enviarlas, de manera que los datos no pierdan integridad, se han creado varios métodos de sensado compresivo los cuales buscan tomar el número mínimo de muestras para lograr la reconstrucción de la señal original.

Muchos de los problemas del procesamiento de señales están basados en el alto contenido de datos, al momento de querer obtener las tazas de muestreo para la reconstrucción de la señal, se convierte en algo muy lento y difícil de realizar, pues se tiene que elegir un método de sensado compresivo el cual dependiendo de la señal nos arroje un resultado de excelente calidad de reconstrucción.

#### Descripción del problema:

El sensado compresivo, o también llamado muestreo compresivo, reduce la cantidad de datos requeridos para representar una señal digital eliminando los datos redundantes. El problema que aborda el sensado compresivo es la obtención de la señal escasa, ya que se necesita identificar cuales son los datos que reconstruirán la señal.



wondershare™

PDF Editor

**Objetivo:**

Analizar diferentes métodos para el sensado compresivo, con el fin de estudiar el nuevo paradigma de la compresión de datos.

**Preguntas de investigación:**

¿Qué técnicas existen para realizar el sensado compresivo?  
¿Qué riesgos existen al momento de modificar las señales por medio de uno de métodos existentes de sensado compresivo?  
¿Qué métodos del sensado compresivo son más factibles y confiables para las diferentes áreas que se utilice el sensado compresivo?

**Justificación:**

Proporcionar una clasificación de los diferentes métodos de sensado compresivo, facilitando e impulsando el trabajo a investigadores, matemáticos aplicados, informáticos e ingenieros, enfocándose en varias áreas de aplicación, tales como la astronomía, biología, medicina, radar, sismología, etc., para la obtención de mejores resultados.

**Solución propuesta:**

Probar y documentar diferentes procesos de sensado compresivo para poder catalogarlo de forma que se pueda saber con exactitud cuál elegir y en donde su uso pueda proveer los mejores resultados.

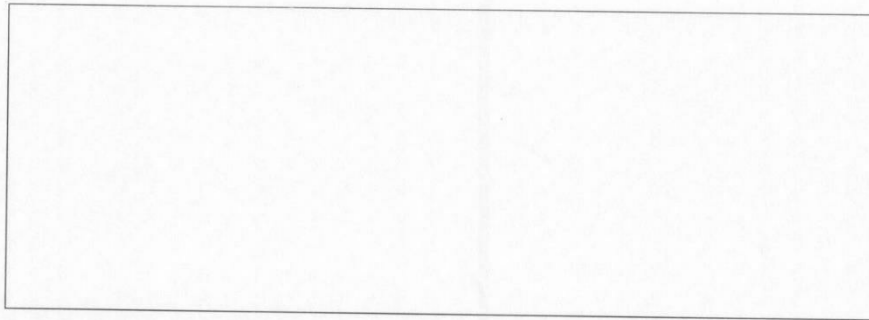
**Metodología propuesta:**

- Investigar y recopilar información sobre el sensado compresivo.
- Leer y documentar tipos de sensado.
- Realización de pruebas de algunos algoritmos de sensado compresivo.
- Obtener ventajas y desventajas de los diferentes métodos del sensado compresivo probados.
- Obtener conclusiones.
- Realizar documentación total.

**Observaciones del evaluador:**

wondershare™

PDF Editor



**Fecha de terminación del proyecto:**

**Nombre del asesor responsable:** Dr. Humberto Ochoa Domínguez

**Alumnos**

Dr. Yooness El Houzadi

**Evaluador**



DEPARTAMENTO DE  
INGENIERÍA ELÉCTRICA  
Y COMPUTACIÓN

**Evaluador**

**Maestro de la materia**

**Asesor**



PDF Editor

## **ACLARACIÓN**

Inicialmente se contaba con el Dr. Humberto Ochoa como asesor responsable del proyecto, pero debido a que el proyecto no se pudo concluir en el tiempo en que se tenía contemplado, y de que el Dr. Ochoa entró en periodo sabático, se decidió cambiar de asesor para darle continuidad. El Mtro. Gabriel Bravo, aceptó fungir como asesor a partir del semestre enero-mayo 2014.

---

**M.S.I. Cynthia Vanessa Esquivel**

**Coordinadora del programa**

---

**M.I. Gabriel Bravo Martínez**

**Asesor responsable**



**PDF Editor** 50

## Código OMP

```
clc;clear
K=7;
N=1024;
M=256;
f1=1;
f2=10;
f3=20;
f4=40;
fs=80;
ts=1/fs;
Ts=1:N;
x=0.3*cos(2*pi*f1*Ts*ts)+0.6*cos(2*pi*f2*Ts*ts)+0.1*cos(2*pi*f3*Ts*ts)+0.9*cos(2
*pi*f4*Ts*ts);
Phi=randn(M,N);
s=Phi*x.';
m=2*K;
Psi=fft(eye(N,N))/sqrt(N);
T=Phi*Psi';
hat_y=zeros(1,N);
Aug_t=[];
r_n=s;
for times=1:m;
    for col=1:N;
        product(col)=abs(T(:,col))*r_n;
    end
    [val,pos]=max(product);
    Aug_t=[Aug_t,T(:,pos)];
    T(:,pos)=zeros(M,1);
    aug_y=(Aug_t'*Aug_t)^(-1)*Aug_t'*s;
    r_n=s-Aug_t*aug_y;
    pos_array(times)=pos;
end
hat_y(pos_array)=aug_y;
hat_x=real(Psi'*hat_y.');
```

```
figure(1);
hold on;
plot(hat_x,'k.-')
plot(x,'r')
legend('Recuperación','Original')
norm(hat_x.-x)/norm(x)
```



wondershare™

PDF Editor

```

clear all
close all
N = 1024;
T = 14;
K = 256;

x = zeros(N,1);
q = randperm(N);
x(q(1:T)) = sign(randn(T,1));

disp('Creating measurement matrix...');
A = randn(K,N);
A = orth(A)';
disp('Done. ');

y = A*x;
x0 = A'*y;

tic
[m, n] = size(A);
f = [zeros(n, 1); ones(n, 1)];
Ai = [-eye(n), -eye(n); eye(n), -eye(n)];
bi = zeros(2*n, 1);
Aeq = [A, zeros(m, n)];
beq = y;
xp = linprog(f, Ai, bi, Aeq, beq);
xp = xp(1:n);
toc
norma_l2_x = norm(xp-x)
ratio = norm(x)/norm(x - xp)

figure;
subplot(2,1,1);
plot(x);
xlabel('señal original');
subplot(2,1,2);
plot(xp);
xlabel('Reconstrucción usando linprog');

```



# PDF Editor



## Código de la Transformada Discreta/Rápida de Fourier (FFT) por Khan, Osama Ullah

```
close all;
clear all;
path(path, 'C:\MATLAB7\11magic-1.1\Optimization');
path(path, 'C:\MATLAB7\11magic-1.1\Data');

N=1024;
K=300;
k1=29;
k2=100;
n=0:N-1;

x=sin(2*pi*(k1/N)*n)+sin(2*pi*(k2/N)*n);

figure;
subplot(2,1,1);
plot(x)
grid on;
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');
title('Original Signal,1024 samples with two different frequency sinusoids');

xf=fft(x);
xfmag=10*log10(abs(xf));
y=(A*xf);
x0=A'*y;

tic
xp=l1eq_pd(x0,A,[],y,1e-5);
toc
subplot(2,1,2);
plot(abs(xf))
grid on;
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');
title('Frequency domain, 1024 coefficients with 4-non zero coefficients');

B=dfmtx(N);
Binv=inv(B);
xf=B*x';
q=randperm(N);
A=Binv(q(1:K),:);
```



# PDF Editor

```

xprec=real(Binv*xp);

figure;
subplot(2,1,1)
plot(abs(xf))
grid on;
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');
title('Original Signal, Discrete Fourier Transform');

subplot(2,1,2)
plot(abs(xp),'r')
grid on;
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');
title(sprintf('Recovered Signal, Discrete Fourier Transform sampled with %d
samples',K));

figure;
subplot(2,1,1);
plot(x)
grid on;
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');
title('Original Signal,1024 samples with two different frequency sinusoids');

subplot(2,1,2)
plot(xprec,'r')
grid on;
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');
title(sprintf('Recovered Signal in Time Domain'));

```



wondershare™

PDF Editor